

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Simulace tlakové vlny od výbuchu

**Simulation of the Pressure Wave from
the Blast**

Student:

Jana Sklenářová

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Ostrava 2015

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Jana Sklenářová**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Simulace tlakové vlny od výbuchu**
Simulation of the Pressure Wave from the Blast

Zásady pro vypracování:

1. Rozpracujte teorii potřebnou pro řešení (rychlé děje, plasticita, vliv rychlosti, atd.)
2. Sestavte potřebný soubor dat nutných pro řešení.
3. Proveďte potřebné analytické a numerické výpočty.
4. Ověřte výsledky s dostupnými údaji.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Jones, N.: Structural Impact, Cambridge University Press, 2003, ISBN 0 - 521 - 30180 - 7.
- [2] Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989.
- [3] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství CVUT, Praha, 1992.
- [4] Lenert, J.: Úvod do metody konečných prvků, VŠB – TU Ostrava, 1999, ISBN 80 – 7078 – 686 – 8
- [5] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L.: The Finite Element Method (Volume 1 - 3), Butterworth-Heinemann, Oxford 2000, ISBN 0-7506-5049-4
- [6] Macura, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě, VŠB – TU Ostrava, 2001, ISBN 80-7078-934-4
- [7] Brepta, R.: Rázy a vlny v pevných tělesech, ČVUT v Praze, Praha, 1971.
- [8] Henrych, J.: Dynamika výbuchu a její užití, Academia, Praha, 1973.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

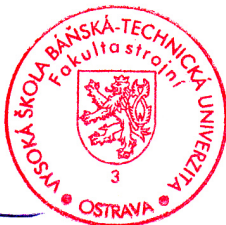
Vedoucí diplomové práce: **Ing. Martin Fusek, Ph.D.**

Datum zadání: 13.12.2014

Datum odevzdání: 18.05.2015



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry

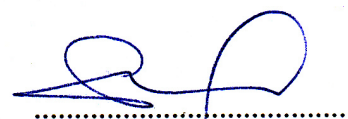


doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 10.5. 2015

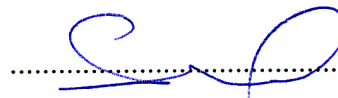


.....
podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě : 10.5.2015


.....
podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Jana Sklenářová

Adresa trvalého pobytu autora práce:

J. Maluchy 103, 700 30 Ostrava-Dubina

Na tomto místě bych chtěla poděkovat svému vedoucímu, panu Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D., za odborné vedení a cenné rady, rovněž panu Ing. Milanu Černínovi, Ph.D. za zajímavé praktické informace z oboru hornictví a výbušnin a svému příteli Janu Orszulikovi za všeobecnou podporu.

Anotace

SKLENÁŘOVÁ, J. *Simulace tlakové vlny od výbuchu: diplomová práce*. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2015, 84 s. Vedoucí práce: Fusek, M.

Tato práce se zabývá simulací zkoušky funkčnosti výbuchuvzdorného objektu, která byla provedena Vědeckovýzkumným uhelným ústavem. K výpočtu je použit řešič MSC.Nastran. Bude uvedena i teorie potřebná k výpočtu. V první fázi bude cílem nasimulovat proudění vzduchu tak, aby v místě hrázového objektu byl průběh tlaku shodný s průběhem tlaku naměřeném při experimentu a druhá fáze bude spočívat v aplikaci tohoto proudění na hrázový objekt. Výsledky budou srovnány s dostupnými hodnotami z experimentu.

Annotation

SKLENÁŘOVÁ, J. *Simulation of the Pressure Wave from the Blast: Diploma Thesis*. Ostrava: VŠB - Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2015, 84 p. Thesis head: Fusek, M.

Goal of this thesis is to simulate test of the pressure-resistant object which was performed by the VVUÚ. MSC Nastran was used for the simulation and calculations. This thesis will include theory required for the simulation. First goal is to simulate pressure at pressure-resistant barrier, results needs to be same as the ones obtained by the experiment. Second goal is to apply simulation results of the airflow on the barrier object itself. Results will be compared with available measured values from the experiment.

Seznam použitých zkratk a symbolů

α	– kovolumen (tisícina objemu zplodin) [m ³]
α	– vektor změny polohy středu plochy plasticity (kinematické zpevnění) [Pa]
β	– koeficient produktů chemické reakce [m ³ kmol ⁻¹]
ΔM_A	– změna hmoty elementu, který hmotu odebírá [kgm ² s]
ΔM_D	– změna hmoty elementu, který hmotu dodává [kgm ² s]
Δt	– časový krok [s]
Δt_c	– kritická hodnota časového kroku [s]
ε	– poměrná deformace [-]
ε	– parametr pokutového přístupu (kontakt těles v MKP) [N/m]
$\dot{\varepsilon}$	– rychlost deformace [s ⁻¹]
ε_p	– plastická deformace [-]
γ	– adiabatický exponent (termomechanika) [-]
γ	– zkos (mechanika pružného tělesa) [-]
λ	– Lagrangeův multiplikátor [-]
μ	– Poissonova konstanta [-]
$\omega, \omega_e, \omega_p$	– konstanta stavové rovnice EOSJWL, EOSIG pro nezreagovanou výbušninu, pro produkty reakce [-]
Π_λ	– funkcionál celkové energie systému s Lagrangeovými multiplikátory [J]
ρ	– hustota [kg/m ³]
ρ_0	– referenční hustota [kg/m ³]
ρ_D	– hustota uvnitř Eulerova elementu dodávající hmotu [kg/m ³]
σ	– napětí [Pa]
σ_Y	– mez kluzu [Pa]
σ'_Y	– mez kluzu při rázovém zatížení [Pa]
a	– konstanta van der Waalsovy stavové rovnice reálného plynu [Pam ⁶ /mol ²]

A	– plocha [m ²]
A, A_e, A_p	– konstanta stavové rovnice EOSJWL, EOSIG pro nezreagovanou výbušninu, pro produkty reakce [Pa]
b	– konstanta van der Waalsovy stavové rovnice reálného plynu [m ³ /mol]
B, B_e, B_p	– konstanta stavové rovnice EOSJWL, EOSIG pro nezreagovanou výbušninu, pro produkty reakce [Pa]
b, B	– tlumení pro jeden element, pro soustavu [Ns/m]
C	– konstanta Cowper-Symondsova vztahu [(Pa · s) ⁻¹]
c_p	– měrná tepelná kapacita za stálého tlaku [Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
c_v	– měrná tepelná kapacita za stálého objemu [Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
e	– měrná energie [J/kg]
E	– energie [J]
E	– modul pružnosti [Pa]
E_T	– tečný modul [Pa]
f_R	– funkce toku
f_q, g_q, h_q	– toky stavových proměnných
f, F	– síly na jenom elementu, celé soustavě [N]
\hat{F}	– dynamické zatížení [N]
G	– konstanta stavové rovnice EOSIG [-]
g_0	– počáteční mezera mezi kontaktními tělesy [m]
h	– charakteristický rozměr elementu [m]
I	– konstanta stavové rovnice EOSIG [-]
k, K	– tuhost elementu, celého systému [N/m]
m	– hmotnost [kg]
M	– hmotnost [kg]
n	– konstanta popisu chování materiálu dle Ramberg-Osgooda [-]

n	– látkové množství [mol]
n	– normála [-]
p	– tlak [Pa]
P	– hybnost (zákon zachování hmoty, energie, hybnosti) [kg·m/s]
P	– konstanta Cowper-Symondsova vztahu [-]
p_0	– počáteční tlak [Pa]
p_{vb}	– výbuchový tlak [Pa]
q	– stavový vektor (zákon zachování hmoty, energie, hybnosti)
q, Q	– posuv elementu, posuvy celé soustavy (MKP) [m]
\dot{q}, \dot{Q}	– rychlost elementu, rychlosti celé soustavy (MKP) [m/s]
\ddot{q}, \ddot{Q}	– zrychlení elementu, zrychlení celé soustavy (MKP) [m/s ²]
q_v	– měrné výbuchové teplo [J/kg]
R	– univerzální plynová konstanta [JK ⁻¹ mol ⁻¹]
R_1, R_2	– konstanty stavové rovnice EOSJWL [-]
$R_{1p}, R_{2p}, R_{1e}, R_{2e}$	– konstanty stavové rovnice EOSIG [-]
t	– čas [s]
t_n	– čas v n-tém kroku [s]
T	– teplota [K]
T_{vb}	– výbuchová teplota [K]
U	– vnitřní energie (termomechanika) J
U	– posuvy (MKP, kontakty) [m]
u_i nebo u, v, w	– složky rychlosti ve směrech x, y, z [m/s]
V	– objem [m ³]
Y	– poloměr plochy plasticity (izotropní zpevnění) [Pa]
Z	– konstanta stavové rovnice EOSIG [-]

Obsah

0	Úvod	14
0.1	Popis systému	15
0.2	Uzavírací klapa	16
0.2.1	Pojistné prvky	17
1	Výbuchy v dolech a výbuchuvzdorné uzávěry	20
1.1	Ostravsko-Karvinský důlní revír	20
2	Výbuch a jeho působení	20
2.1	Charaktery výbušnin	21
2.1.1	Pevné trhavin	21
2.1.2	Plyny	22
2.1.3	Prášky	23
2.2	Rázové zatížení	25
2.2.1	Chování materiálu při rázovém zatížení	25
3	Teorie plynů	26
3.1	Ideální plyn	26
3.2	Reálný plyn	27
3.2.1	Van der Waalsova stavová rovnice	28
3.2.2	Abelova stavová rovnice	28
4	Materiálové modely pevných deformovatelných těles	29
4.1	Lineární elastické materiálové modely	29
4.2	Nelineární elastické materiálové modely	29
4.3	Viskoelastické materiály	29
4.4	Elasticko-plastické chování	29
5	Úvod do modelování MKP	33
5.1	Lagrangeova a Eulerova síť	33
5.1.1	Interakce mezi Lagrangeovou a Eulerovou sítí	33

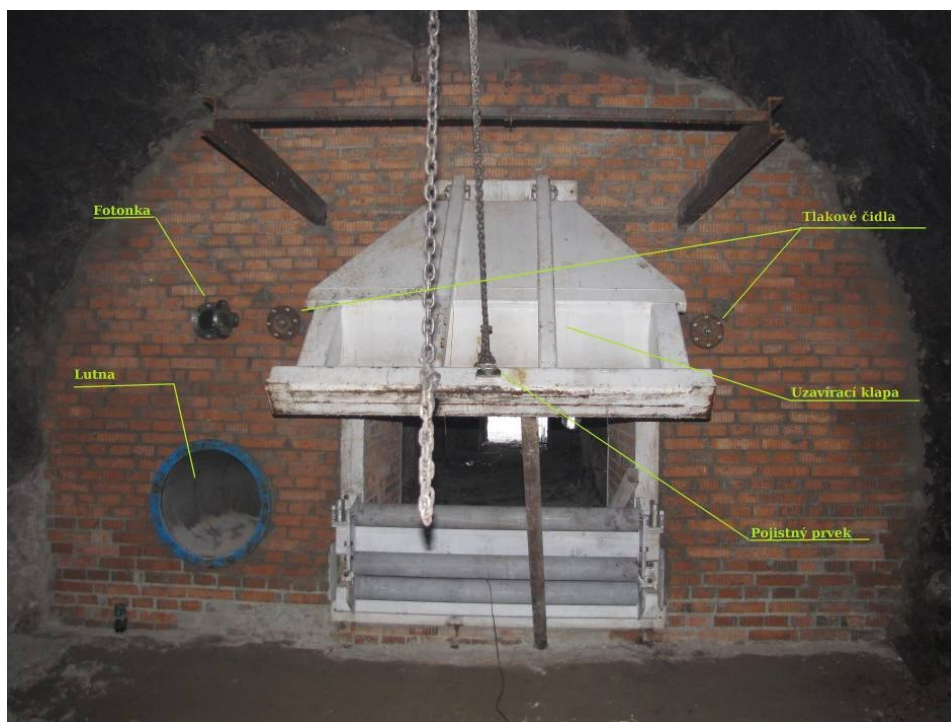
5.2	Lagrangeovy 2D elementy	34
5.2.1	Hourglass efekt	34
5.3	Základní rovnice MKP	35
5.4	Explicitní a implicitní algoritmus	35
5.4.1	Implicitní	36
5.4.2	Explicitní	37
5.4.3	Použití	38
5.5	Eulerovy elementy	38
5.6	Eulerovské řešiče, základní rovnice	39
5.6.1	Standardní	39
5.6.2	Aproximační Riemannův Eulerův řešič	41
5.7	Materiálové modely v MSC.Nastran	44
5.7.1	Materiálové modely pro Lagrangeovy elementy	44
5.7.2	Materiálové modely pro Eulerovy elementy	45
5.8	Kontakty	47
5.8.1	Základní algoritmy řešení	47
6	Vstupní data pro MKP simulaci	49
6.1	Vlastnosti plynů	49
6.1.1	Fyzikální vlastnosti vzduchu	49
6.1.2	Výbuchové vlastnosti metanovzdušné směsi	49
6.2	Materiálové vlastnosti hrázového objektu	50
6.2.1	Určení tečného modulu	50
6.2.2	Popis chování v plastické oblasti	51
7	Startovací úloha	54
7.1	Postup řešení	55
7.1.1	Lagrangeova síť	55
7.1.2	Eulerova síť	56
7.2	Nastavení výpočtu	60
7.3	Výsledky	60

7.4	Úprava Eulerovy sítě	62
7.4.1	Výsledky	62
7.5	Úprava hodnot specifické vnitřní energie	63
7.5.1	Výsledky	63
7.6	Druhá úprava hodnot energie	63
7.6.1	Výsledky	64
7.7	Třetí úprava: zanedbání vnitřní energie okolního vzduchu	66
7.7.1	Výsledky	66
7.8	Výpočet pomocí zadání rychlosti	66
7.8.1	Výsledky	67
7.9	Zvýšení detonační rychlosti	67
7.9.1	Výsledky	67
7.10	Druhé zvýšení detonační rychlosti	68
7.10.1	Výsledky	68
7.11	Výpočet pomocí zadání rychlosti bez zadání energie okolí	68
7.11.1	Výsledky	69
7.12	Závěr	70
8	Aplikace na hrázový objekt	70
8.1	Lagrangeova síť (změny v geometrii a materiály)	70
8.1.1	Okrajové podmínky	73
8.2	Eulerova síť a počáteční podmínky	74
8.3	Nastavení výpočtu	75
8.4	Výsledky	75
8.4.1	Posuvy	75
8.4.2	Napětí	78
8.4.3	Plastická deformace	79
9	Závěr	81
10	Reference	82

0 Úvod

Tato práce se bude zabývat simulací funkční zkoušky uzavírací klapy PDIO při definovaném výbuchovém tlaku 1 MPa. Jednalo se o testování funkce hrázového objektu, která je dle vyhlášky českého báňského úřadu, sbírky zákonů 4/1994 (novelizována vyhláškou 90/2003) povinná před jejich nasazením v dolech. Experiment prováděl Vědeckovýzkumný uhelný ústav (dále je VVUÚ) v Ostravě.

Hrázový objekt se používá pro zamezení šíření výbuchového tlaku a plamene v dolech. Při navrhování se vycházelo z předpokladu, že tlakovzdušná vlna předbíhá šířící se plamennou zónu a uzavřením klapy se zamezí šíření tlaku i plamene. Klapa je za normálních podmínek otevřena, odhaluje průchod pásového dopravníku a je šikmě zavěšena na pojistném prvku, na obrázku 1.



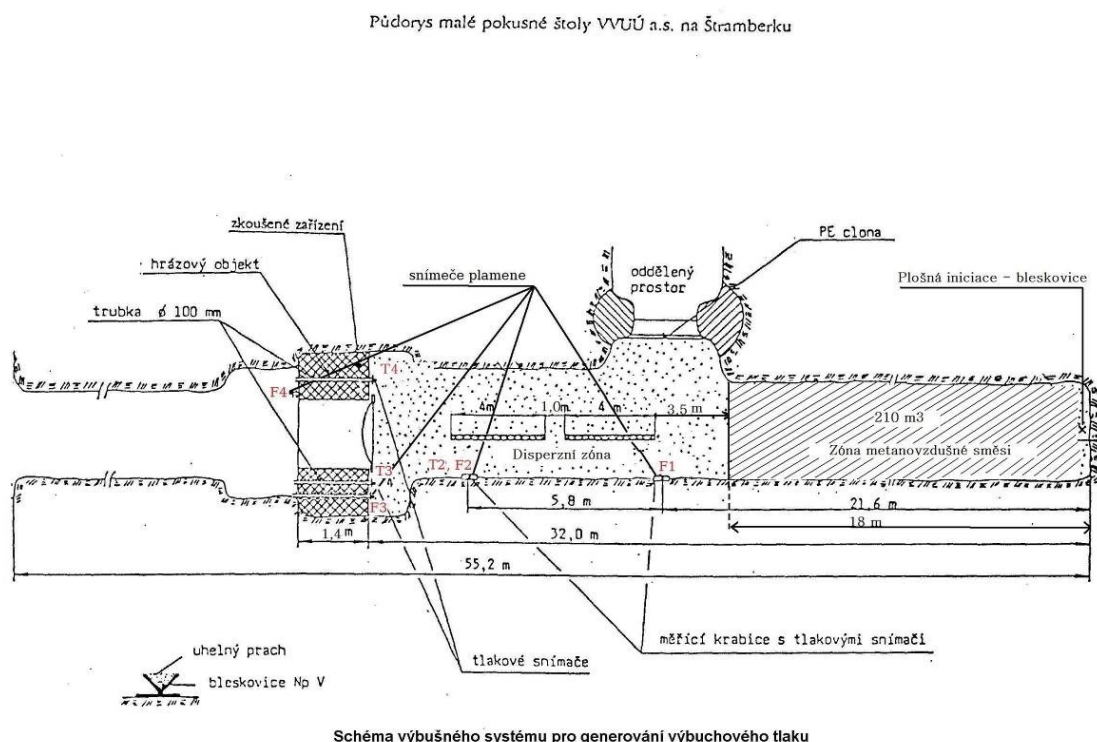
Obrázek 1: Fotografie zavěšení hrázového objektu.

Funkční zkoušky se pak provádí dvě, a to spouštěcího mechanismu a odolnosti klapy vůči výbuchovému tlaku. Předmětem této práce bude modelování pouze druhé možnosti.

První část této práce se bude soustředit na namodelování zatížení pomocí proudění plynu tak, aby průběh tlaku působící na konci štoly, tedy v místě hrázového objektu, odpovídal průběhu tlaku naměřeného při experimentu. Druhá část se potom soustředí na aplikaci tohoto zatížení na objekt. K simulaci bude použit modelář MSC. Patran a řešič MSC. Nastran. Jelikož se jedná o rázový děj, bude použit řešič sol700 (řešič pro explicitní nelineární úlohy).

0.1 Popis systému

Jedná se o pokusnou štolu VVUÚ ve Štramberku. Schéma na obrázku 2.

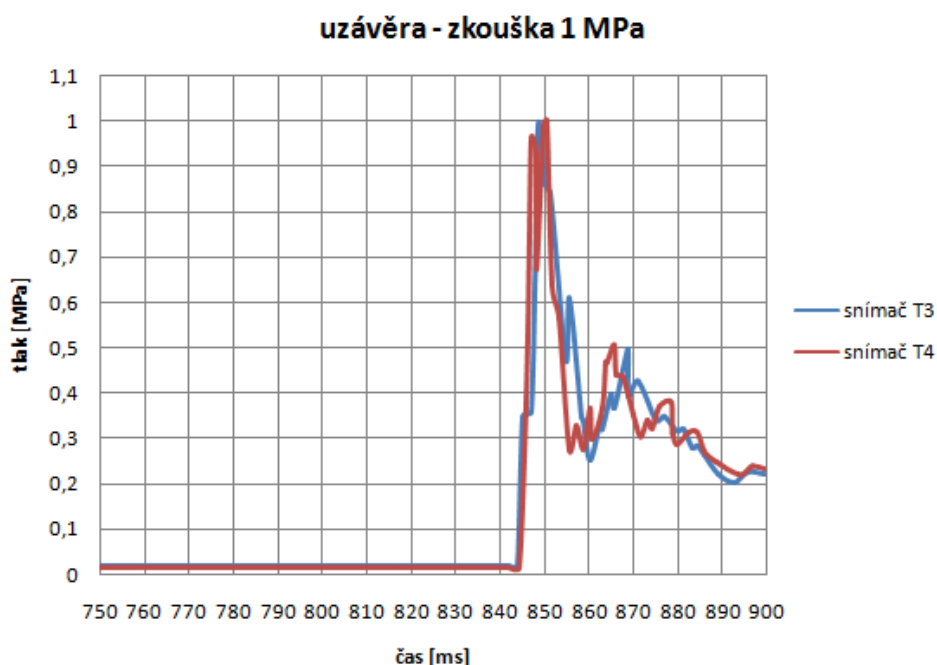


Obrázek 2: Schéma systému pro vygenerování požadovaného tlaku: 50 m bleskovice NPV pro plošnou iniciaci metanu, 210 m³ metanovzdušné směsi (9% CH₄) v komoře oddělené PE-folií, 2x8 kg hnědouhelného multiprachy; k tomu snímače T3 a T4 kolem hráze a T2 na stěně.

V čase 0 se iniciuje bleskovice v disperzní oblasti, její výbuch pouze docílí toho, že se rozvíří uhlenný prach. Bleskovice je pás, který v sobě obsahuje určité množství

výbušniny na délku; zde je použit typ NPV, což značí typ výbušniny v pásu, a to je pentritol (90% pentritu a 10% TNT). Dále v čase 750 ms se iniciuje bleskovicová síť - a tím i metanovzdušná směs. Bleskovice se používá z toho důvodu, aby došlo k plošné iniciaci methanu. Kombinace metan-prach se používá proto, že se krom dosažení 1 MPa musí dosáhnout i určitého času přetlaku. V zákoně je dáno, že se klapky musí odzkoušet na metanovzdušné směsi, aby to odpovídalo režimu výbuchové přeměny.

Průběh tlaků při experimentu na snímačích T3 a T4 je na obrázku 3.



Obrázek 3: Graf průběhu tlaku na hrázové stěně.

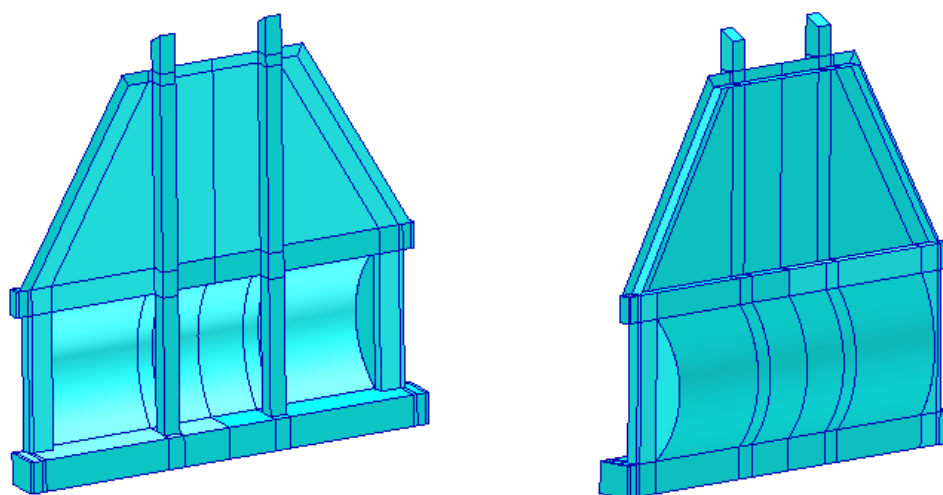
0.2 Uzavírací klapa

Podmínky konstrukčního řešení byly následující:

- konstrukce musí odolat výbuchovému tlaku 1 MPa generovaného výbušným systémem,

- konstrukce může po zkouškách výbuchuvzodnosti vykazovat místní trvalé deformace, nesmí však ovlivnit funkční spolehlivost zařízení,
- podmínka pro pojistku: klapa musí být funkční (uzavírající otvor) již při tlaku 30-40 kPa.

Na základě těchto podmínek bylo vytvořeno řešení, na obrázcích 4 a 5. Uzavírací výkyvný poklop je uchycen k rámu pomocí horizontálních závěsů. Poklop je řešen jako rámová konstrukce vyplněná ocelovou membránou přivařenou v kritickém místě na zesílený příčník rámu. Všechny prvky jsou tenkostěnné. Poklop je zavěšen na pojistném prvku, který stabilizuje vychýlení poklopu v požadované poloze. Tento pojistný prvek po dopadu výbuchové vlny na hrázový objekt uvolní poklop a dojde k uzavření průchozího otvoru v hrázi.

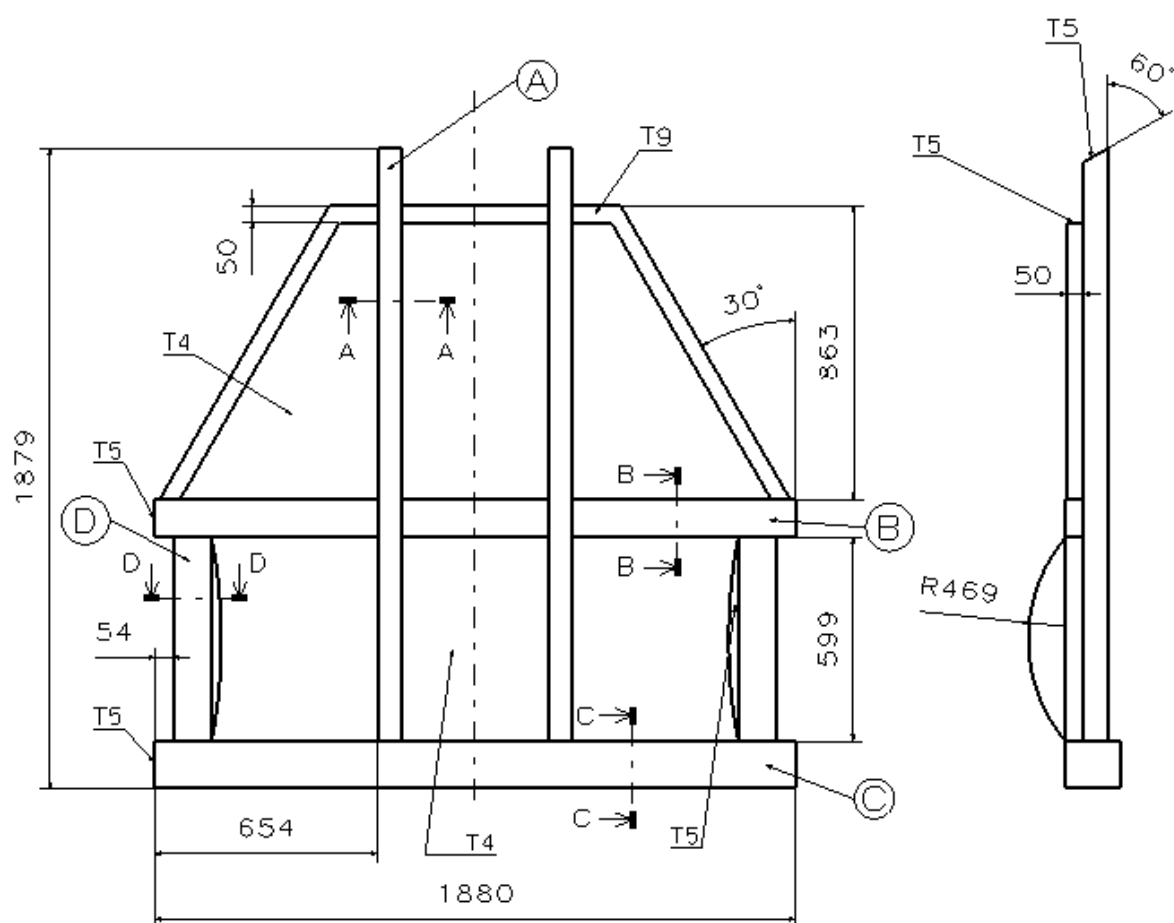


Obrázek 4: Poklop, jeho zjednodušený geometrický model.

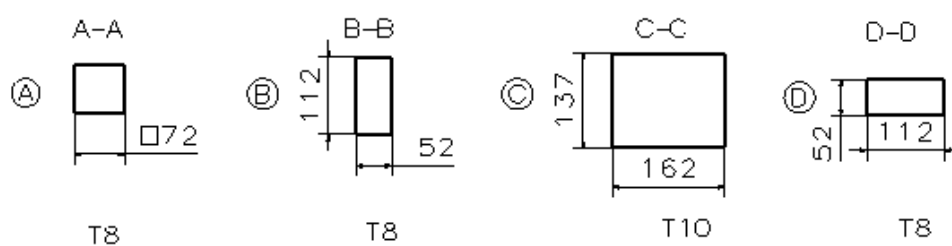
0.2.1 Pojistné prvky

Co se týče pojistných prvků, které udržují poklop v otevřené poloze, klapa byla vybavena dvěma typy, které byly následně samostatně odzkoušeny.

Prvním byl střižný kolík. Tento typ pojistky spočívá v tom, že je poklop zavěšen na závěsném prvku, článkovém řetězu, který je v šikmé poloze jedním koncem



PRŮŘEZY PŘÍČEK, JEJICH ROZMĚRY S UVEDENÍM TLOUŠŤEK



Obrázek 5: Schéma poklopu s rozměry v mm.

upevněn k výztuži chodby a druhým koncem na vidlici s táhlem u poklopu. Jistícím prvkem je střížný element spojující táhlo s vidlicí dimenzovaný na nejmenší hodnotu výbuchového tlaku (30-40 kPa), viz obrázek 6.

Druhým typem je tzv. hmotnostní pojistka. Poklop je zavěšen v otevřené po-

loze na závěsném prvku, který je pevně uchycen na jednom konci k oku poklopu a na druhém konci na trnu klopného vyvažovacího rámu, který je zatížen vodou naplněnými, uzavřenými tříštivými nádobami (např. 40 l vody v korýtkách nebo vodní vaky jako prvky protivýbuchové uzávěry). Tlakem čela vzdušné rázové vlny dojde postupně k roztříštění nádoby, odlehčení klopného rámu, uvolnění závěsného prvku z trnu rámu a uzavření klapy. Zároveň dochází k vytvoření vodní clony a utlumení přenosu plamene přes uzavírací objekt. Fotografie hmotnostních pojistek jsou na obrázku 7.



Obrázek 6: Zavěšení pomocí vidlice, táhla a střížného kolíku.



Obrázek 7: Hmotnostní pojistka, korýtka vlevo a vaky vpravo.

1 Výbuchy v dolech a výbuchuvzdorné uzávěry

Výpočty konstrukcí zatížených výbuchem se zpočátku prováděly pomocí empirických vztahů, jejichž koeficienty byly upravovány na základě experimentů. Kriteériem hrázových objektů byly téměř nulové posuvy a deformace. Výsledkem byly objekty velmi těžké, předimenzované. Báňská správa poté odstoupila od těchto přírodních pravidel a dnes jsou povoleny trvalé plastické deformace, ovšem za předpokladu, že objekt nadále plní svou funkci. Přechodem k povolení plastické deformace se dosáhlo snížení hmotnosti a nákladů na výrobu minimálně o 40%.

1.1 Ostravsko-Karvinský důlní revír

V této oblasti se vyskytuje jednak uhlí, jehož prach je náchylný na samovznícení a také výbušný metan uvolňující se během těžby. Požadavkem na důlní provozy je poté zvýšené větrání kvůli nebezpečí samovznícení methanu (koncentrace metanu nesmí překročit 1%). Jakkoli vzniklý požár na šachtě (trhací práce, elektřina) následně vyvolává tragédii. Výbuchy vznikající v dolech oblasti Ostravska a Karvinska mají pak následující průběh: iniciace methanu (stačí nepatrné množství energie pro vznícení), následný výbuch, jehož větrná tlaková vlna na čele rozvíří uhelný prach a výbuch tohoto uhelného prachu. Nakonec může dojít k výbuchu i na 8 km! Důl je proto rozdělen na samostatné větrné oblasti, které jsou izolovány od ostatních tzv. hrázovými dveřmi, jejichž účelem je zabránění šíření výbuchu. Staví se zhruba každých 200 m. Veškeré požadavky, ustanovení, definice pojmů týkajících se těchto hrázových objektů jsou k nalezení v literatuře [1].

2 Výbuch a jeho působení

„Výbuchem rozumíme náhlou fyzikální nebo chemickou změnu stavu hmoty, doprovázenou uvolněním energie a pohybem.“ (Převzato z [2], str. 41.). Výbuch můžeme rozdělit na: jaderný, chemický a fyzikální. Toto dělení vychází z charakteru vý-

bušné přeměny. Chemický výbuch spočívá v tom, že dochází k „uvolnění chemické energie při reakci výbušné látky.“ (Převzato z [3], str. 13.) Fyzikální výbuch spočívá ve fyzikální změně stavu média (např. expanze plynu), které však musí být dostatečně rychlé. Typickými projevy výbuchů obecně jsou: velká rychlost reakce, adiabatičnost (děj natolik rychlý, že soustava nestačí vyměnit teplo s okolím), exotermičnost (vývin tepla při reakci). [3]

V této práci se budeme zabývat pouze výbuchem chemickým, takže následující odstavce se budou zaměřovat pouze na tento typ.

Chemický výbuch

Exotermičnost má velký význam obzvláště v případě, kdy produkty reakce mají stejný nebo menší objem nežli reaktanty (látky vstupující do reakce). Díky vývinu tepla, tedy energie, se produkty ohřejí a tím zvýší svůj objem (teplotní roztažností) a probíhá-li tento děj dostatečně rychle, vzniká tlaková vlna. [3]

Průběh výbuchu je následující: nejprve dojde k iniciaci směsi, ta vyvolá deflagraci neboli explozivní hoření a pokud nedochází k dostatečnému odvodu plynů z místa, dojde ke zvýšení tlaků a vzniku tlakových impulzů a když se tlakové impulzy sečtou, může vzniknout vysoký tlakový skok, který iniciuje detonaci. [4]

Deflagrace je „výbuch šířící se podzvukovou rychlostí“ ([3], Přednáška 3, str. 2) a pod pojmem detonace rozumíme „výbuch šířící se nadzvukovou rychlostí a vyznačující se rázovou vlnou“ ([3], Přednáška 3, str. 2). Přejít mezi těmito stavy nazveme vlastní výbuch. [4]

2.1 Charaktery výbušnin

2.1.1 Pevné trhavin

Energie se uvolňuje ve velice krátkém čase. U TNT (200 g) například dojde k výbuchové přeměně za $1,5 \cdot 10^{-5}$ s, ovšem energie má zároveň i rychlý pokles, aby

se udržela hodinu, bylo by zapotřebí 48 kilotun TNT. Pevné trhaviny se používají při ražení chodeb, pro lomy. Dochází k detonaci, ta vyvolává rázovou vlnu, která se charakterizuje ostrou špičkou a exponenciálním poklesem.

2.1.2 Plyny

Aby došlo k výbuchové přeměně, je třeba, aby byly splněny tyto podmínky:

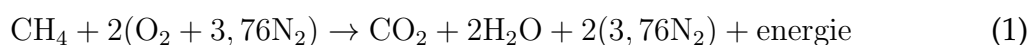
- přítomnost materiálu, který je schopný izotermické reakce,
- přívod kyslíku (okysličovadla) k místu,
- existence iniciačního zdroje.

Pokud nejsou splněny všechny 3 podmínky, k výbuchu dojít nemůže. Každý výbušný plyn má svou horní a dolní mez výbušnosti. To znamená, že k výbuchu může dojít jen v určitém rozmezí koncentrací. Pro methan je dolní mez 5% a horní 15%; při nižších nebo vyšších hodnotách k výbuchu nedochází. Při koncentracích nižších než je dolní mez je nedostatek hořlavé látky, která by se zúčastnila reakce. Důvodem k nevýbušnosti za vyšších koncentrací výbušného plynu je nedostatek kyslíku - okysličovadla. [3]

Výbuch metanu

V dolech hrozí největší nebezpečí zapálení metanem, jelikož jeho inicializační mohutnost (tedy minimální energie, která vyvolá výbuch) je 0,29 mJ.

Rovnice chemické reakce methanu se vzduchem vypadá následovně ([3]):



Energie, stejně jako teplota výbuchu závisí na koncentraci metanu ve vzduchu. Hodnoty pro různé koncentrace jsou v tabulce na obrázku 8.

Výbuchové vlastnosti jako je výbuchový tlak a rychlost výbuchu určité koncentrace metanu lze stanovit experimentálně. Experiment spočívá v naplnění uzavřené

% obj. CH_4	q_v		T_v $^{\circ}\text{C}$
	kcal/m^3	kcal/kg	
6	515	411	1765
7	602	482	2006
8	687	553	2228
9	772	625	2441
9,5	815	661	2552
10	790	642	2482
11	750	612	2345
12	712	584	2223
13	676	557	2111
14	646	535	2018

Obrázek 8: Výbuchové teplo q_v a výbuchová teplota T_v různých koncentrací metanu. (Převzato z [5], str. 45.)

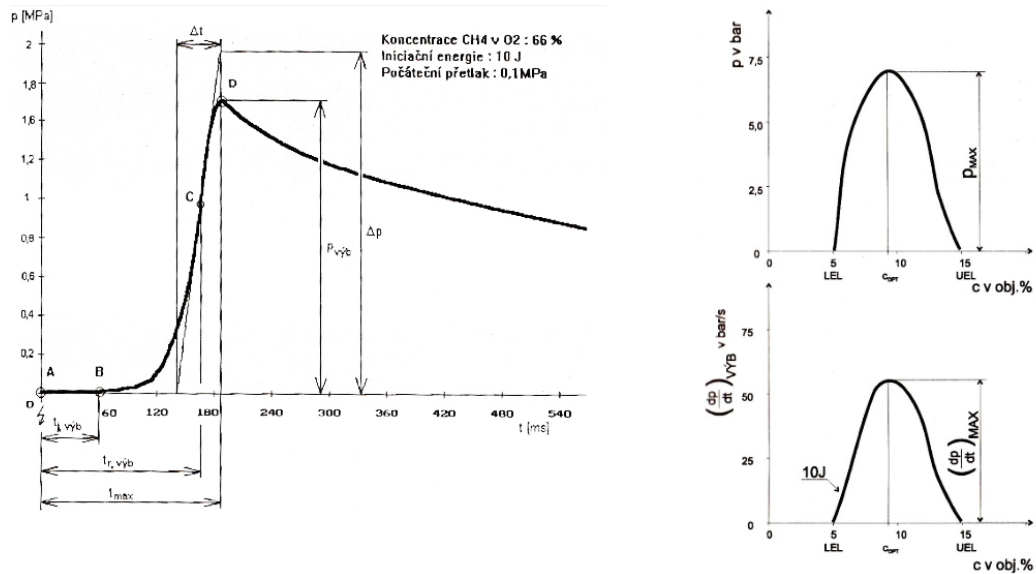
nádoby hořlavým plynem a okysličovadlem, následnou homogenizací směsi (promíchání směsi vrtulí), iniciací energií a snímáním tlaku na povrchu nádoby. [3]. Průběh snímaného tlaku se nazývá výbuchová křivka, příklad na obrázku 9 vlevo.

Pokud tento experiment provedeme pro různé koncentrace způsobující různé hodnoty výbuchového tlaku a rychlosti výbuchu a výsledky vyneseme do grafu, získáme výbuchovou charakteristiku, obrázek 9 vpravo.

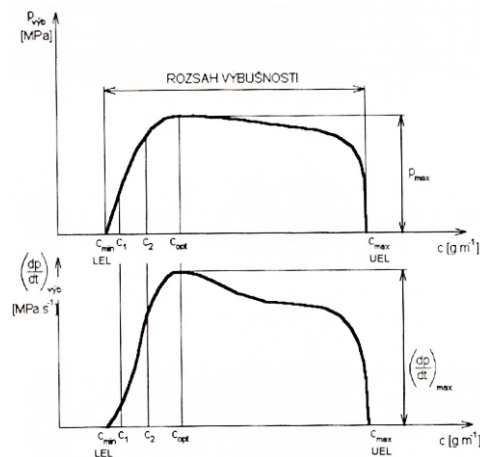
2.1.3 Prášky

Za prach považujeme částice pevné látky menší než 0,5 mm ([3]). Co se týče výbuchových vlastností, hodně záleží na tom, o jaký materiál se jedná a jaká je jeho zrnitost, zda se jedná o prach usazený nebo rozvířený. Pro iniciaci jsou třeba řádově kilo Jouly. Vlastnosti jsou podobné jako u plynů, taktéž definujeme dolní a horní mez výbušnosti. Dolní mez výbušnosti například hnědouhelného prachu je 75g/m³.

Stejně jako u plynů můžeme zjistit výbuchovou křivku a výbuchovou charakteristiku. Na obrázku 10 je zobrazena výbuchová charakteristika. Její průběh je od průběhu charakteristiky plynu odlišný.



Obrázek 9: Výbuchová křivka vlevo, výbuchová charakteristika směsi metan-vzduch vpravo. Výbuchová křivka: v bodě A nastává iniciace, od bodu B se zvyšuje tlak, v bodě C je nejvyšší rychlost narůstání tlaku, v bodě D je maximální výbuchový tlak. (Převzato z [3], Přednáška 3, str. 7.) Výbuchová charakteristika: c značí objemovou koncentraci metanu, LEL je dolní mez výbušnosti, UEL je horní mez výbušnosti, c_{opt} je koncentrace, při které dosáhneme nejvyššího tlaku p_{max} a nejvyšší rychlosti vzrůstu tlaku $\frac{dp}{dt}$. (Převzato z [3], Přednáška 3, str. 9.)



Obrázek 10: Výbuchová charakteristika disperzní směsi prach a vzduch. (Převzato z [3], Přednáška 3, str. 12.)

2.2 Rázové zatížení

Při rázovém zatížení zátěžná síla prudce vzorste a prudce klesne. Příkladem takového zatížení může být zatížení konstrukce od výbuchu. Průběh tlaku na hrázi, tedy tlaku od výbuchu, který bude zatěžovat hrázové dveře v naší úloze, je na obrázku 3. Tlak zde vzrůstá z 0 na 1 MPa během zhruba 5 ms a poté zase prudce klesne na svou poloviční hodnotu a nadále klesá.

2.2.1 Chování materiálu při rázovém zatížení

Při definici materiálového modelu (popisu chování materiálu) lze v některých případech zanedbat rychlost deformace. V případě zatížení rázového charakteru toto zanedbání není možné.

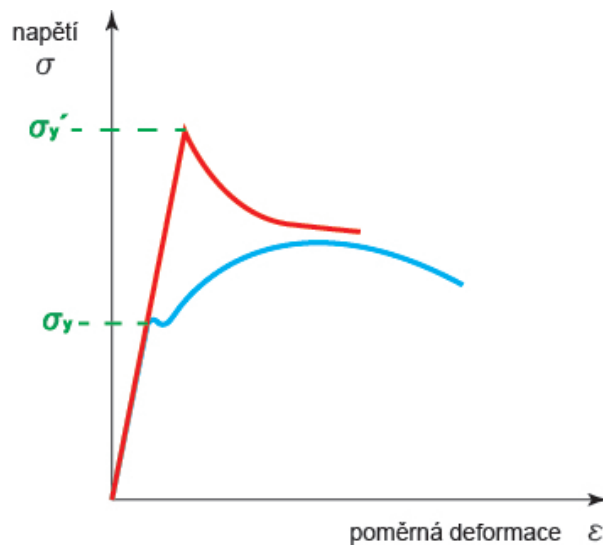
Závislost napětí na poměrné deformaci pro ocel v případě zanedbání rychlosti deformace je na obrázku 11 modře. Do meze kluzu platí lineární závislost, Hookův zákon, za mezí kluzu následuje plastická část, tedy část nevratných deformací.

Pokud dojde k zatížení rázovému, materiál se chová jinak. Hodnota meze kluzu se podstatně zvýší, u klasické oceli může dosáhnout i 1000 MPa. Plastická oblast může mít zcela jiný tvar. Obrázek 11, červeně.

Zahrnutí rychlosti deformace do výpočtu můžeme provést například použitím Cooper-Symondsova modelu, který definuje mez kluzu v závislosti na rychlosti deformace:

$$\sigma = \sigma_Y \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{C} \right)^{\frac{1}{P}} \right] \quad (2)$$

kde σ_Y je mez kluzu zjištěná z tahové zkoušky za normální rychlosti, $\dot{\epsilon}$ je rychlost deformace, C a P jsou Cowper-Symondsovy konstanty, které pro běžnou ocel dosahují hodnot $C = 40(\text{MPa} \cdot \text{s})^{-1}$, $P = 5$. [6]



Obrázek 11: Závislost napětí na poměrné deformaci při zanedbání rychlosti deformace (modře) a se zahrnutím rychlosti deformace při rázovém zatížení (červeně) s vyznačením „normální“ meze kluzu σ_Y a meze kluzu při rázu σ'_Y .

3 Teorie plynů

Stav plynu je charakterizován takzvanými stavovými veličinami, což jsou: tlak p , objem V , teplota T a množství, například počet molů n ; vztahy mezi těmito veličinami jsou dány stavovou rovnicí.

Plyny můžeme rozdělit na ideální a reálné.

3.1 Ideální plyn

Je dokonale stlačitelný, bez vnitřního tření, předpokládáme zanedbatelnost vlastního objemu částic a sil, které působí mezi nimi. Použít tuto rovnici můžeme v případě vysokých teplot a relativně nízkých tlaků, tedy například u hoření. [4] Stavová rovnice ideálního plynu:

$$pV = nRT \quad (3)$$

R je univerzální plynová konstanta, $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Tato rovnice se dá zapsat i jinak, a to

$$p = \rho(\gamma - 1)e \quad (4)$$

kde ρ je hustota materiálu, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ je Poissonovo číslo, nebo též adiabatická konstanta, c_p je měrná tepelná kapacita za stálého tlaku, c_v je tepelná kapacita za stálého objemu. Měrná tepelná kapacita c je měrné teplo, což je množství tepla potřebné k ohřevu jednotkové hmotnosti látky o jeden stupeň; e je energie na jednotku hmotnosti. [7]

Kinetika ideálního plynu

Udáme-li plynu počáteční rychlost, způsobí to lokální zvýšení tlaku v bezprostředním okolí, které můžeme nazvat rázovou vlnou. Pro vyjádření tlaku použijeme Bernoulliho rovnici s nulovou potenciální energií. Tlak se pak vypočte dle

$$p = \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \quad (5)$$

kde w je rychlost tekutiny.

Vnitřní energie ideálního plynu

Vnitřní energie objektu je suma energií veškerých jeho částí. Můžeme ji rozdělit na kinetickou a potenciální. Kinetická energie souvisí s tepelným pohybem částic a potenciální s kohezními silami. Jelikož u plynů neexistuje vzájemná soudržnost částic, má pouze energii kinetickou a tato energie se skládá pouze z pohybové energie jednotlivých atomů. Její hodnota jde také vyjádřit jako

$$U = c_v m T \quad (6)$$

kde m je hmotnost. [8]

Pokud bychom chtěli definovat měrnou energii na jednotku hmotnosti, rovnici (6) bychom vydělili hmotností a získali bychom

$$u = c_v T. \quad (7)$$

3.2 Reálný plyn

V případě nesplnění podmínek použitelnosti rovnice ideálního plynu musíme použít rovnice plynu reálného.

3.2.1 Van der Waalsova stavová rovnice

$$\left(p + n^2 \frac{a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT \quad (8)$$

kde a a b jsou tabelované konstanty, určují se experimentálně. Použití pro nepříliš vysoké tlaky. [4]

3.2.2 Abelova stavová rovnice

$$p(V - \alpha) = nRT \quad (9)$$

kde konstanta α je tzv. kovolumen a počítá se jako 1/1000 objemu produktů výbuchu při normálních podmínkách. Normální podmínky $T = 298$ K, $p = 0,1$ MPa. Užívá se konkrétně ve výbušninářských výpočtech. [4].

Pro přesnější výpočet výbuchových tlaků je také možno použít rovnici [4]:

$$pV = nRT \left(1 + \frac{\beta}{V} + 0,625 \frac{\beta^2}{V^2} + 0,287 \frac{\beta^3}{V^3} + 0,193 \frac{\beta^4}{V^4}\right) \quad (10)$$

kde T je výbuchová teplota, β jsou koeficienty produktů chemické reakce, pro směs plynů platí $\beta = \sum n_i \beta_i$, hodnoty z [4]:

plyn	$\beta_i 10^3 [\text{m}^3 \text{kmol}^{-1}]$
CO ₂	37,0 (vyšší tlaky)
H ₂ O	7,9
O ₂	30,5
N ₂	34,0

Tabulka 1: Konstanty rovnice (10).

4 Materiálové modely pevných deformovatelných těles

4.1 Lineární elastické materiálové modely

Nacházíme-li se v oblasti platnosti Hookova zákona, mezi napětím a deformací platí lineární vztah

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (11)$$

kde σ je napětí, E modul pružnosti a ε poměrná deformace, pak se jedná o materiálový model lineární elastický.

4.2 Nelineární elastické materiálové modely

Tyto materiály se vyznačují schopností velké elastické deformace (i 500%), závislost mezi napětím a deformací je silně nelineární. Typickým představitelem je pryž. Také jim říkáme hyperelastické.

4.3 Viskoelastické materiály

Tyto materiály mají deformace jak elastické, tak časově závislé plastické, které nazýváme viskozními. Patří sem například případ tečení materiálu. Tento typ modelu je poměrně složitě popsatelný. Použití například pro skla, plasty.

4.4 Elasticko-plastické chování

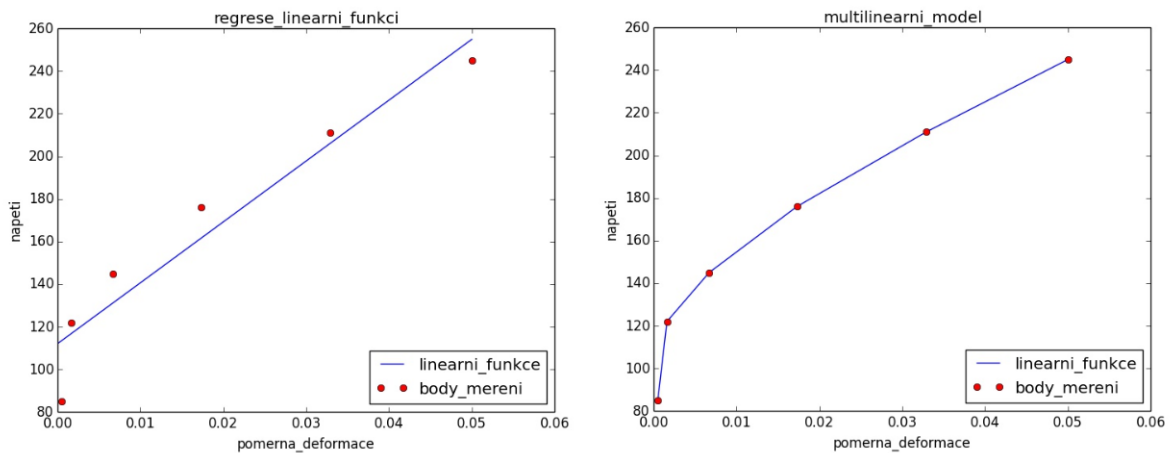
Již v kapitole 2.2.1 jsme se zabývali průběhem napětí v závislosti na poměrné deformaci, pro připomenutí obrázků 11. Byla nadefinována oblast elastických a plastických deformací a jejich hranice zvaná mez kluzu.

Lineární (elastická) část je popsána Hookovým zákonem skrz modul pružnosti E .

Chceme-li popsat chování materiálu v plastické části, musíme si zjistit body křivky v této oblasti a pomocí vhodné aproximace, například metodou nejmenších čtverců, ji nahradit funkcí. Dle náhradní funkce můžeme rozlišovat následující typy modelů:

Po částech lineární funkce

Aproximujeme-li body přímkou, nazveme model bilineární. Obecně můžeme nelineární část rozdělit na několik úseků a dostat tak multilineární model. Oba tyto typy jsou na obrázku 12.



Obrázek 12: Body z měření proloženy lineární (vlevo) a po částech lineární (vpravo) funkcí.

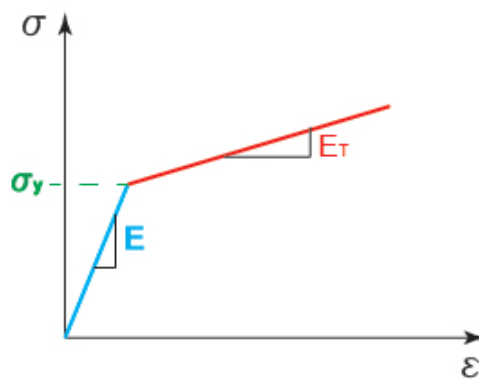
Jelikož je závislost napětí na plastické deformaci lineární, můžeme definovat tečný modul pružnosti, který stejně jako modul pružnosti v Hookově zákoně stanovuje sklon přímky určující závislost mezi napětím a deformací, obrázek 13.

Tento model je nejjednodušší, zároveň ale nejméně přesný.

Popis dle Ramberg-Osgooda

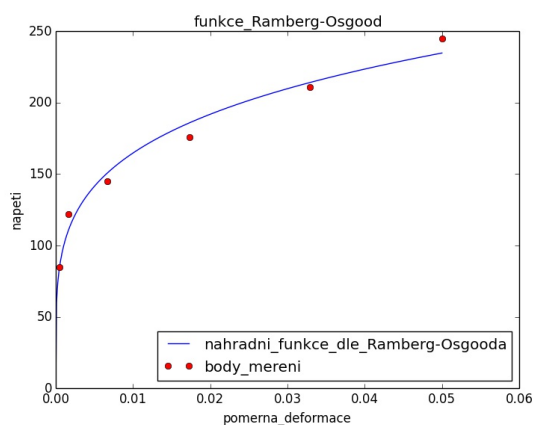
Křivka, která je popsána vztahem Ramberg-Osgooda, má základní tvar:

$$\sigma(\varepsilon_p) = K \cdot \varepsilon_p^n \quad (12)$$



Obrázek 13: Průběh bilineárního chování. E je „klasický“ modul pružnosti a E_T tečný, σ_y mez kluzu.

kde $\sigma(\varepsilon_p)$ je napětí jako funkce plastické deformace a K a n jsou konstanty regresní křivky. Obrázek 14.



Obrázek 14: Body proloženy popisem dle Ramberg-Osgooda.

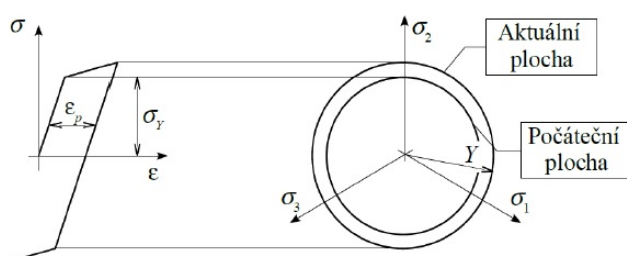
Modely zpevnění

Bylo vypořádováno, že při cyklickém zatěžování dochází ke zpevňování nebo změkčování materiálu, resp. ke zmenšování nebo zvětšování odporu proti deformaci. Kovové materiály vykazují při monotónním zatěžování zpevnění.

Nejprve si nadefinujeme plochu plasticity. Je to hranice mezi pružným a plastickým stavem, vymezena v prostoru hlavních napětí.

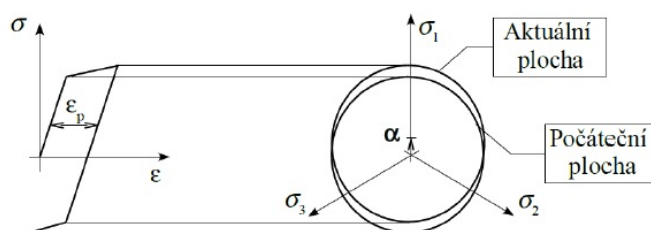
Rozlišujeme 3 druhy zpevnění:

Izotropní zpevnění se vyznačuje zvětšováním plochy plasticity, je vhodné na modelování monotónních dějů, např. tažení, naopak pro cyklické zatěžování kovových materiálů tento model vhodný není. Obrázek 15; Y na obrázku značí poloměr určující velikost plochy.



Obrázek 15: Izotropní zpevnění materiálu. (Převzato z [6], str.43.)

Kinematické zpevnění - dochází pouze ke změně polohy plochy plasticity. Je vhodné pro modelování cyklického zatížení, nezachytí však cyklické změkčení nebo zpevnění, není vhodné pro monotónní deformace. Obrázek 16; α na obrázku značí vektor určující polohu středu plochy.



Obrázek 16: Kinematické zpevnění. (Převzato z [6], str.44.)

Kombinované zpevnění v sobě obsahuje izotropní i kinematickou složku, takže zachytává i chování materiálu při cyklickém namáhání, i jeho změkčení/zpevnění.

Čerpáno z [6].

5 Úvod do modelování MKP

5.1 Lagrangeova a Eulerova síť

Při použití Lagrangeovy sítě jsou sledovány pohyby uzlů elementů z výchozí do konečné polohy; poloha uzlů je závisle proměnná. Používá se především pro modelování pevných deformovatelných těles.

Při použití Eulerových elementů se sleduje průtok materiálu přes uzly; poloha uzlů je nezávisle proměnná. Použití především v mechanice tekutin, avšak možno modelovat i tělesa z pevných materiálů. [6]

5.1.1 Interakce mezi Lagrangeovou a Eulerovou sítí

V některých případech není předmětem zájmu pouze namodelování proudění tekutin, nýbrž i jeho působení na těleso. Také bychom to mohli nazvat zatížením tělesa skrz proudění.

Tekutina se pak modeluje pomocí Eulerových elementů, pevná překážka pomocí Lagrangeových. Interakce těchto dvou sítí se zadává pomocí funkce Coupling. Stručný princip postupu jeho vytvoření je následující:

- vytvoření uzavřeného objemu pomocí plošných Lagrangeových elementů, uvnitř kterého nebo kolem kterého bude proudit tekutina; částí plochy ohraničující tento objem je i oblast zájmu,
- tyto plošné elementy musí generovat kladný objem, to znamená, že jejich normály musí směřovat ven,
- generace Eulerovy sítě přes uzavřený objem,
- zadání „krytí“, tedy které elementy a části elementů nejsou předmětem zájmu, které mají být ignorovány - pokud pracujeme například uvnitř uzavřené plochy, „krytí“ nastavujeme na „ven“.

V rámci Couplingu je možno nadefinovat několik oblastí s Eulerovými elementy (jedna s „krytím“ vně, druhá uvnitř), proudění mezi nimi (možno i pouze jednostranně) a další. Podrobnosti v literatuře [9].

Přesněji bude postup tvorby Couplingu popsán na praktickém příkladu, při tvoření startovací úlohy, v kapitole 7.

5.2 Lagrangeovy 2D elementy

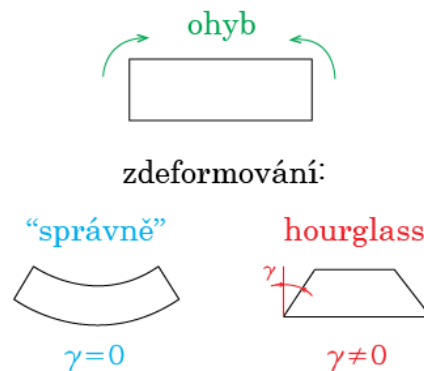
Lagrangeovy elementy můžeme rozdělit na 3D, 2D, 1D. Jelikož v naší úloze budeme používat pouze 2D elementy (tenkostěnné prvky poklopu), podrobněji rozebereme pouze tento typ.

Dle tvaru rozlišujeme čtvercové „QUAD“ a trojúhelníkové „TRIA“ plošné elementy. Mohou být bez meziuzlů nebo s nimi. Nejlepší vlastnosti pro nelineární úlohy vykazují čtvercové bez meziuzlů. Čtvercové s meziuzly mohou snadněji vést k tzv. hourglass efektu (viz dále). Trojúhelníkové bez meziuzlů vykazují vyšší tuhost než je skutečná, také tudíž nejsou nejvhodnější, takže pokud není zbytlí, geometrie modelu neumožňuje rozdělení na čtvercové elementy, trojúhelníkovým se nedá vyhnout, pak je lepší volit s meziuzly.

5.2.1 Hourglass efekt

Jedná se o tzv. smykové zadržení. Obrázek 17. Pokud ohýbáme element, měl by pak mít nulový zkos. V nelineární úloze však může dojít k parazitickému smyku, což nazýváme smykovým zadržením.

Řešením tohoto problému krom preventivního použití čtvercových elementů bez meziuzlů dále může být tzv. umělé změkčení elementu - v nastavení výpočtu použít tzv. podintegrování.



Obrázek 17: Ohýbaný element, „správná“ deformace, vykreslení hourglass efektu; γ je zkos.

5.3 Základní rovnice MKP

Každý element s Lagrangeovým popisem má svou pohybovou rovnici, a ta vypadá následovně:

$$[m]\{\ddot{q}\} + [k]\{q\} = \{f\} \quad (13)$$

m je matice hmotnosti prvku, \ddot{q} je vektor zrychlení (2. derivace posuvu), k lokální matice tuhosti, q vektor posuvu uzlů a f vektor sil. Složíme-li tyto pohybové rovnice všech elementů celého systému, obdržíme soustavu rovnic ve tvaru

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{F\} \quad (14)$$

kde M je matice hmotnosti, \ddot{Q} vektor zrychlení, K matice tuhosti, Q vektor posunutí a F vektor sil celého systému.

V rovnicích (13) a (14) může na levé straně ještě vystupovat člen $[b]\{\dot{q}\}$, poťazmo $[B]\{\dot{Q}\}$, kde B je matice tlumení, \dot{Q} je vektor rychlosti. Tento tlumící člen musí soustava rovnic obsahovat, je-li tlumení objektu nezanedbatelné.

Pro tuto podkalitolu čerpáno z literatury [6].

5.4 Explicitní a implicitní algoritmus

V případě, kdy jsou rychlosti a zrychlení soustavy rovnic (14) nulové, jedná se o statickou úlohu, řeší se soustava lineárních rovnic $[K]\{Q\} = \{F\}$; v případě, kdy jsou nenulové, jedná se o úlohu nestacionární a soustavu obyčejných diferenciálních

rovníc, které jsou obecně nelineární s nekonstantními koeficienty. Pro řešení druhého případu se používá například přímé řešení pohybových rovnic. To spočívá v tom, že derivace jsou nahrazeny diferencemi, čímž rovnice v soustavě přejdou z diferenciálních na algebraické a získáme výsledky posuvů (rychlostí, zrychlení) v určitých časových okamžicích. Definuje se tzv. časový krok $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Přímá integrace se dělí na implicitní a explicitní, a to podle způsobu nahrazení.

5.4.1 Implicitní

Pohybová rovnice v čase t_{n+1} :

$$[M]\{\ddot{Q}\}_{n+1} + [K]\{Q\}_{n+1} = \{F\}_{n+1}. \quad (15)$$

Pomocí diferencí vyjádříme rychlost a zrychlení:

$$\{\dot{Q}\}_{n+1} = \frac{\{Q\}_{n+1} - \{Q\}_n}{\Delta t}, \quad (16)$$

$$\{\ddot{Q}\}_{n+1} = \frac{\{\dot{Q}\}_{n+1} - \{\dot{Q}\}_n}{\Delta t}, \quad (17)$$

vyjádření zrychlení pomocí posuvů:

$$\{\ddot{Q}\}_{n+1} = \frac{\{Q\}_{n+1} - 2\{Q\}_n + \{Q\}_{n-1}}{\Delta t^2}. \quad (18)$$

Dosazením (18) do (15) dostaneme

$$\left([K] + \frac{[M]}{\Delta t^2}\right)\{Q\}_{n+1} = \{F\}_{n+1} + \frac{[M](2\{Q\}_n - \{Q\}_{n-1})}{\Delta t^2}. \quad (19)$$

Pokud bychom si výraz $[K] + \frac{[M]}{\Delta t^2}$ označili jako dynamickou matici tuhosti $[\hat{K}]$ a $\{F\}_{n+1} + \frac{[M](2\{Q\}_n - \{Q\}_{n-1})}{\Delta t^2}$ jako dynamický vektor zatížení $\{\hat{F}\}$, řešíme rovnici

$$[\hat{K}]\{Q\} = \{\hat{F}\} \quad (20)$$

„V praktických aplikacích se častěji, než ilustrativně použitá metoda dopředných diferencí, používají jiné metody. Známá je například Newmarkova metoda. Z implicitních schémat se dnes prakticky používá schéma navržené Hilberem, Hughesem a Taylorem.“ (Převzato z [6], s. 66.)

Vlastnosti implicitního algoritmu

- posuvy, rychlosti a zrychlení v čase t_{n+1} jsou vyjádřeny pomocí hodnot v čase t_n i t_{n+1} , proto se nazývá implicitní
- z hlediska stability řešení nezáleží na délce kroku Δt
- pokud jsou setrvačné síly zanedbatelné, lze matici hmotnosti položit rovnu nule a tím se přejde k řešení statické úlohy, potom se statická úloha dá považovat za limitní případ úlohy nestacionární
- v každém časovém kroku se opakovaně řeší soustava rovnic (20)
- při použití se snažíme zadávat do nejdelší časové kroky, ty pak vyžadují, aby byly použity tenzory velkých deformací a rovnice (19) musí být dostatečně přesně splňována

5.4.2 Explicitní

Zrychlení v čase t_n :

$$\{\ddot{Q}\}_n = \frac{\{Q\}_{n+1} - 2\{Q\}_n + \{Q\}_{n-1}}{\Delta t^2}. \quad (21)$$

Dosadíme do pohybové rovnice

$$[M]\{\ddot{Q}\}_n + [K]\{Q\}_n = \{F\}_n, \quad (22)$$

získáme

$$\left(\frac{[M]}{\Delta t^2}\right)\{Q\}_{n+1} = \{F\}_n - [K]\{Q\}_n + [M]\frac{2\{Q\}_n - \{Q\}_{n-1}}{\Delta t^2}. \quad (23)$$

Vlastnosti explicitního algoritmu

- posuv v čase t_{n+1} se vypočítá pouze z hodnot z předchozích kroků, proto tento algoritmus nazýváme explicitní
- časový krok musí být menší než jeho kritická hodnota, kterou lze určit například pomocí Courantova kritéria:

$$\Delta t_c = \frac{h}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (24)$$

h je charakteristický rozměr nejmenšího prvku sítě, E modul pružnosti v tahu a ρ hustota materiálu; nesplnění této podmínky vede k nestabilitě výpočtu

- při použití algoritmu explicitního je časový krok asi 100 až 1000 krát menší než u implicitního, čas se tedy dělí na větší počet kroků, jejich řešení je ale jednodušší a rychlejší
- tento algoritmus nemůže být použit k řešení úlohy statické, protože nelze zanedbat matici hmotnosti; nicméně jsou způsoby, jak to obejít a i tímto algoritmem řešit statické úlohy, avšak to chce úpravu modelu (například umělé zvýšení hustoty)
- použijeme-li diagonální matici hmotnosti, soustava (23) má pak nezávislé rovnice, pak je řešení rychlejší o několik řádů než kdybychom použili implicitní metodu a stejný časový krok
- „při zvyšování velikosti úloh narůstá počet operací explicitního řešiče pouze lineárně s počtem neznámých, zatímco u implicitního se navíc projevuje kvadratická závislost na šířce pásu matice soustavy“ (převzato z [6], s. 68.)

5.4.3 Použití

- explicitní algoritmus: rychlé děje a topologicky složité prostorové sítě, například crash testy, exploze
- implicitní algoritmus: velké geometrické a materiálové nelinearity, například technologické postupy tažení, válcování za studena

Správné zvolení typu algoritmu může vést k urychlení času výpočtu i o řády.

Veškeré informace v kapitole 5.4 čerpány z literatury [6].

5.5 Eulerovy elementy

Jedná se o 3D elementy, a to [9]:

- čtyřstěny se 4 uzly,

- pětistěny s 6 uzly,
- šestistěny s 8 uzly.

Pokud by se jednalo o 3D elementy Lagrangeovy sítě, opět by se diskutovalo o vhodnosti elementů (šestistěny lepší bez meziuzlů kvůli hourglass efektu, pětistěny a čtyřstěny vykazující vyšší tuhost než je skutečná - nutnost meziuzlů, vysoká nevhodnost čtyřstěnu pro úlohy typu crash testy). Rozdíly a vhodnosti v případě definice Eulerovy sítě mizí (sledujeme pohyb materiálu přes uzly, k „umělému navýšení tuhosti“ dojít nemůže).

5.6 Eulerovské řešiče, základní rovnice

5.6.1 Standardní

Již bylo řečeno, že při definici Eulerovy sítě se sledují pohyby částic mezi elementy. Potom veškeré hmoty a energie jsou nad elementy zprůměrované a definované v jeho centru.

Rovnice, které se řeší, jsou zákony zachování hmoty, hybnosti a energie:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_A \rho(u \cdot n) dA = 0 \quad (25)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho u_i dV + \int_A \rho u_i (u \cdot n) dA = - \int_A (p + q) n_i dA - \rho g e_3 V \quad (26)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho e dV + \int_A \rho e (u \cdot n) dA = - \int_A u_i p n_i dA \quad (27)$$

kde ρ je hustota materiálu, u_i složky rychlosti, p tlak, q celková viskozita, g gravitace, e celková měrná energie, V objem a A jeho ohraničující plocha. U materiálů s pevností (strukturální materiály, například měď) je tlak nahrazen tenzorem napjatosti.

Objemové integrály představují celkovou hmotu, hybnost a energii v objemu. Plošné integrály na levých stranách představují transport z objemu přes části ohraničujících ploch A . Plošné integrály na pravé straně reprezentují zvýšení hybnosti a energie způsobenou silami na hranici objemu.

Jedná se o metodu konečných objemů. Získá se aplikací rovnic (25), (26), (27) na materiál uvnitř Eulerových elementů a specifikováním výpočtu podmínek přenosu.

Hustota, rychlost a specifická energie jsou nad elementem (v jednom časovém kroku) konstantní a závislé pouze na čase.

Provedeme-li integraci dle času, kde dolní mez je čas t^n a horní mez t^{n+1} , získáme rovnice aplikované při metodě konečných objemů:

$$M^{n+1} - M^n = - \left[\int_A \rho(u \cdot n) dA \Delta t \right]_{t^n} \quad (28)$$

$$P^{n+1} - P^n = - \left[\int_A \rho u_i (u \cdot n) dA \right]_{t^n} \Delta t - \left[\int_A p(\rho, s) n_i dA + \rho g e_3 V \right]_{t^{n+1}} \Delta t \quad (29)$$

$$E^{n+1} - E^n = - \left[\int_A \rho e (u \cdot n) dA + \int_A u_i p(\rho, e) n_i dA \right] \quad (30)$$

$$\rho^{n+1} = \frac{M^{n+1}}{V^{n+1}} \quad (31)$$

$$e^{n+1} = \frac{E^{n+1}}{M^{n+1}} \quad (32)$$

$$s^{n+1} = e^{n+1} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 u_k^2 \quad (33)$$

M je hmotnost uvnitř elementu, P hybnost, E energie.

Pro plošné integrály představující transport je použita Eulerova dopředná metoda, tedy tyto integrály jsou vyhodnoceny na začátku každého časového kroku. Plošný integrál s tlakovými podmínkami je hodnocen při použití nové hustoty a specifické celkové energie.

Přenosová rychlost $u \cdot n$ závisí na elementu, ze kterého hmota vychází, i do kterého vchází a spočítá se jako průměr jejich rychlostí. Plošné integrály jsou spočteny sečtením přes všechny plochy elementů. Vynásobíme-li přenosovou rychlost plochou a časovým krokem, dostaneme přenesený objem, který obsahuje hmotu výchozího

elementu. Vynásobením tohoto objemu hustotou elementu, do kterého se vchází získáme přenesenou hmotu.

Metoda konečných objemů vyplývá z aplikace rovnic (28), (29), (30) na 3D Eulerovy elementy. Plošné integrály jsou vypočítány sumací přes veškeré (ohraničující) plochy elementů.

Dle zákona zachování hmoty výpočet jejího přenosu:

$$\Delta M_D = -\rho_D |\vec{V} \cdot \vec{A}| \Delta t \quad (34)$$

$$\Delta M_A = +\rho_A |\vec{V} \cdot \vec{A}| \Delta t \quad (35)$$

M je hmota eulerova elementu, \vec{V} je vektor rychlosti, \vec{A} plošný vektor stěny, Δt časový krok. Index D značí element dodávající hmotu („donor“), Index A značí element odebírající hmotu („acceptor“). Podobně jsou aplikovány rovnice silové a energetické.

5.6.2 Aproximační Riemannův Eulerův řešič

Neviskozní proudění tekutiny se plně řídí Eulerovými pohybovými rovnicemi, která má v konzervativní formě tvar

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f(q)}{\partial x} + \frac{\partial g(q)}{\partial y} + \frac{\partial h(q)}{\partial z} = 0 \quad (36)$$

q je stavový vektor, $f(q)$, $g(q)$, $h(q)$ jsou toky stavových proměnných, ty jsou definovány následovně:

$$q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$f(q) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E + p)u \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$g(q) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (E + p)v \end{pmatrix} \quad (39)$$

$$h(q) = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (E + p)w \end{pmatrix} \quad (40)$$

Rovnice (36) popisuje zachování hmoty, hybnosti a energie. ρ je hustota materiálu, u , v , w složky rychlosti, p tlak, E celková energie. Pro plyn můžeme uzavřít systém přidáním stavové rovnice ideálního plynu ve tvaru rovnice (4) a získáme tak 6 rovnic o 6 neznámých.

Numericky jsou rovnice řešeny zpětnou centrální metodou konečných objemů.

Integrální formou rovnice (za použití Gaussova integrálního teoremu) je:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V q dV + \int_{\partial V} (f(q) \cdot n_x + g(q) \cdot n_y + h(q) \cdot n_z) dS = 0 \quad (41)$$

Z této rovnice vyplývá, že toky hmoty, hybnosti a energie musí být integrovány ve směru normály k hranici objemu nebo jeho plochy. Integrální forma může být taky

napsána pomocí použití transformační matice, která popisuje změnu stavových proměnných ve směru normálovém k ploše:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \tilde{q} dV + \int_{\partial} V f(\tilde{q}) dS = 0 \quad (42)$$

kde \tilde{q} je stavový vektor transformovaný do souřadnicového systému s lokální x-ovou osou ve směru normály plochy. Když potom provedeme diskretizaci, nadefinujeme objem jako objem elementu, plochu jako strany ohraničující tento element, rovnice (42) se stane lokální jednodimenzionální soustavou rovnic pro každou stranu elementu s lokální x-ovou osou ve směru normály ke straně elementu.

Soustava rovnic pro každou hraniční plochu elementu pak bude

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \frac{\partial f(\tilde{q})}{\partial \tilde{x}} = 0 \quad (43)$$

kde \tilde{x} reprezentuje x-ový směr normály ke straně elementu.

Jelikož jedna strana je vždy napojena na dva elementy (zprava a zleva), můžeme vektor \tilde{q} obou těchto elementů napojených na tuto stranu označit jako počáteční podmínku toku kolmého k ní:

$$\tilde{q}(x, 0) = \begin{cases} \tilde{q}^L & x < 0 \\ \tilde{q}^P & x > 0 \end{cases} \quad (44)$$

Rovnice (43) a (44) popisují tzv. Riemannův problém. Tedy řešení toků jako lokální 1D problém pro každou stranu elementu beroucí v potaz stavové veličiny zleva i zprava.

Toky přes hranice jsou určeny funkcí toku $f_R(q^L, q^P)$; s použitím rovnic (42), (43), (44) bude diskretizace vypadat takto:

$$\frac{dq_i}{dt} = -\frac{1}{V_i} \sum_{n=1}^k f_R(q^L, q^P) \cdot A_n \quad (45)$$

i je číslo elementu V_i je objem daného elementu, k je počet stran elementu, A_n jednotlivé plochy elementů.

Přesnost prvního a druhého řádu

Pokud pro extrapolaci na průtočné ploše vezmeme stavové proměnné jako hodnoty ve středu elementů, které stranu obklopují zleva a zprava, mluvíme o přesnosti prvního řádu.

Pokud k elementům na levé a pravé straně přidáme elementy druhý zleva a druhý zprava, jedná se o přesnost druhého řádu.

Informace podkapitoly 5.4 získány z [9], kde jsou k nalezení další informace a podrobnosti.

5.7 Materiálové modely v MSC.Nastran

V této podkapitole budou popsány základní typy materiálů, které tento řešič sol700 používá a které se budou vyskytovat v naší úloze.

5.7.1 Materiálové modely pro Lagrangeovy elementy

MATD024

Elastoplastický model po částech lineární. Zadává se hustota, modul pružnosti, Poissonovo číslo, mez kluzu, tečný modul. Také možno zadat parametry Cowper-Symondsova vztahu pro zahrnutí rychlosti deformace.

MATD009

Jedná se o „nulový materiál“, jeho význam nastává v případě, kdy potřebujeme uměle doplnit elementy, které nejsou částí struktury, ale pro definici oblasti jsou třeba. Příklad použití je tvoření uzavřené plochy pro coupling.

Požadované jsou hodnoty hustoty, modulu pružnosti a Poissonovy konstanty, které by měly být vhodně zvolené. Například pokud pracujeme v modelu s moduly

pružnosti struktur 210 000 MPa, za modul pružnosti těchto elementů můžeme zvolit například 1 MPa.

MATRIG

Definice materiálu nedeformovatelného tělesa neboli v názvosloví MSC.Nastran „rigid“. Údaje pro definici: hustota, modul pružnosti, Poissonova konstanta.

5.7.2 Materiálové modely pro Eulerovy elementy

V MSC.Nastran rozlišujeme 2 základní typy, „PEULER“ a „PEULER1“. „PEULER“ definuje vlastnosti Eulerových elementů, „PEULER1“ krom toho dovoluje zadat počáteční podmínky v geometrických regionech.

„PEULER“ i „PEULER1“ se dále dělí na:

- HYDRO - hydrodynamický materiál (nemá pevnost ve smyku),
- STRENGTH - strukturální materiál s pevností ve smyku,
- 1STORDER - použit řešič dle Riemanna s přesností 1. řádu,
- 2NDORDER - použit řešič dle Riemanna s přesností 2. řádu.

Jelikož se Eulerově síti přiřazuje materiál skrz geometrické regiony (vytvoříme koule nebo válce, které se budou protínat s Eulerovými elementy a „jim“ přiřadíme materiál, který se tímto nadefinuje i na elementy, které jsou uvnitř objemu těchto koulí nebo válců), můžeme použít i typ „multimateriál“, který neznačí nic jiného, než že jedné síti je přiřazeno více materiálů (přes tyto geometrické regiony):

- MMHYDRO - multimateriál, všechny materiály popsány hydrodynamickým chováním,
- MMSTREN - multimateriál, všechny materiály strukturální s pevností ve smyku.

Stavové rovnice

Pomocí jejich parametrů se dopočítá tlak. Jejich označení začínají na „EOS“, což je zkratka pro „equation of state“, což neznamena nic jiného než stavová rovnice.

Obecný tvar: tlak = $f(\text{hustota, vnitřní energie na jednotku hmoty})$

EOSGAM představuje stavovou rovnici ideálního plynu, je nejjednodušší, totožná s rovnicí (4). Je to jediná stavová rovnice plynu ve výběru. Musí se zadat hustota a adiabatický exponent plynu.

EOSJWL, EOSIG jsou stavové rovnice pevných výbušnin (TNT, pentrit apod.).

EOSJWL definuje parametry stavové rovnice Jones-Wilkins-Lee, která má formu

$$p = p_0 + A \left(1 - \frac{\omega\eta}{R_1} \right) e^{\frac{-R_1}{\eta}} + B \left(1 - \frac{\omega\eta}{R_2} \right) e^{\frac{-R_2}{\eta}} + \omega\eta\rho_0 E \quad (46)$$

p_0 je počáteční tlak, A, B, R_1, R_2, ω jsou konstanty určité výbušniny, $\eta = \frac{p}{\rho_0}$, ρ je hustota materiálu, ρ_0 referenční hustota, E je energie na jednotku hmoty.

V případě „EOSJWL“ musí být definována i „DETSPH“. „DETSPH“ je definice bodu zapálení, ze kterého se šíří detonační vlna zachycující reakce explozivních materiálů. Zadávají se tyto veličiny: souřadnice zápalného bodu x, y, z , detonační rychlost, čas detonace a samozřejmě materiál, kterého se to týká.

EOSIG definuje vlastnosti stavové rovnice "zapálení a vzrůst" (z anglického Ignition and Growth) a rovnice rychlosti reakce.

Pro nezreagovanou výbušninu (v pevném stavu) je použito rovnice

$$p_e = A_e \left(1 - \frac{\omega_e\eta_e}{R_{1e}} \right) e^{\frac{-R_{1e}}{\eta_e}} + B_e \left(1 - \frac{\omega_e\eta_e}{R_{2e}} \right) e^{\frac{-R_{2e}}{\eta_e}} + \omega_e\eta_e\rho_e E_e \quad (47)$$

a pro produkty reakce (plynné skupenství)

$$p_p = A_p \left(1 - \frac{\omega_p\eta_p}{R_{1p}} \right) e^{\frac{-R_{1p}}{\eta_p}} + B_p \left(1 - \frac{\omega_p\eta_p}{R_{2p}} \right) e^{\frac{-R_{2p}}{\eta_p}} + \omega_p\eta_p\rho_p E_p \quad (48)$$

Možno použít databázi používaných exploziv. Jinak nutno zadat konstanty A , B , R_1 , R_2 , pro nezreagovanou výbušninu i pro produkty reakce (vždy s indexem e nebo p), první zápalný koeficient I , druhý zápalný koeficient G , exponent tlaku Z , chemickou energii exploziva na jednotku hmotnosti E .

Čerpáno z [9].

Materiálových modelů je samozřejmě celá řada, popis byl zaměřen na ty, které budou použity při praktické aplikaci a které v souvislosti stojí za zmínku, další modely a podrobnosti v literatuře [9].

5.8 Kontakty

Kontakt lze označit za časově proměnnou okrajovou podmínku. Před stykem kontaktních ploch neexistuje žádná vazba a po této interakci vznikne vazba zabraňující penetraci těles. I velikost kontaktní plochy může být časově proměnná.

Kontakt můžeme rozdělit na kontakt se zanedbáním třecích sil nebo s jejich zahrnutím (tedy kontakt bez tření a s ním) nebo dle těles vstupujících do kontaktu, a to na kontakt mezi dvěma deformovatelnými tělesy (použití pro kontakt mezi dvěma tělesy přibližně stejné tuhosti) a mezi tělesem deformovatelným a nedeformovatelným (pro případ, kdy tuhost jednoho tělesa je podstatně vyšší než druhého).

5.8.1 Základní algoritmy řešení

Metoda Lagrangeových multiplikátorů

Principem je zavedení podmínky, která je prezentována rovnicí 49 a která charakterizuje podmínku nepronikání povrchů.

$$[G]\{U\} - \{g_0\} = 0 \quad (49)$$

$\{g_0\}$ je počáteční mezera, $\{U\}$ je vektor deformací, $[G]$ je matice definující deformační parametry (obsahuje pouze 1 a 0).

Tato podmínka je do celkové energie systému zavedena přes Lagrangeovy multiplikátory λ . Celková energie systému má pak tvar:

$$\Pi_\lambda = \frac{1}{2}\{U\}^T[K]\{U\} - \{U\}^T[F] + \{\lambda\}^T([G]\{U\} - \{g_0\}) \quad (50)$$

Dále se pak vychází z minimalizace funkcionálu Π_λ :

$$\frac{\partial \Pi_\lambda}{\partial \{U\}} = 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial \Pi_\lambda}{\partial \{\lambda\}} = 0 \quad (52)$$

Pokutový přístup

Principem je dovození velmi malé penetrace povrchů a v tomto okamžiku změna tuhosti prvků, ta je definována přes parametr ε . Řeší se rovnice

$$([K] + [G]^T\{\varepsilon\}[G])\{U\} = F + [G]^T\{\varepsilon\}\{g_0\}, \quad (53)$$

která vznikla minimalizací funkcionálu celkové energie systému. $\{\varepsilon\}$ je sloupcová matice tuhostí, $[G]$ matice, která definuje odpovídající dvojice deformačních parametrů (které přicházejí do styku).

Prakticky v momentě, kdy dojde k malé penetraci, se změní matice tuhosti soustavy. Jelikož by se tento přístup dal také vysvětlit tak, že vkládáme mezi dva povrchy pružný člen, láká to volit hodnotu pokutového parametru $\{\varepsilon\}$ co nejvyšší, avšak jeho příliš vysoká hodnota může vést ke špatnému podmínění soustavy rovnic.

Čerpáno z [6].

6 Vstupní data pro MKP simulaci

Pro model musíme shromáždit vstupní data. Těmi budou vlastnosti materiálů a počáteční hodnoty.

6.1 Vlastnosti plynů

6.1.1 Fyzikální vlastnosti vzduchu

Teplotu ve štole předpokládáme 10°C (283°K). Z [10] pro tuto teplotu a atmosferický tlak okolí:

hustota	ρ	1,186	kg/m ³
adiabatický exponent	γ	1,264	-
specifické teplo	c_p	1,006	kJ/kg·K

Tabulka 2: Fyzikální vlastnosti vzduchu při 283°K.

Specifické teplo za stálého objemu:

$$c_v = \frac{c_p}{\gamma} = \frac{1,006}{1,264} = 0,79589 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \quad (54)$$

6.1.2 Výbuchové vlastnosti metanovzdušné směsi

Z [5], potažmo z obrázku 8, pro náš případ směsi, kdy obsah metanu je 9%:

výbuchové teplo (energie výbuchu)	q_v	2615	kJ/kg
výbuchová teplota	T	2714	K
detonační rychlost	v	1828	m/s

Tabulka 3: Výbuchové charakteristiky metanovzdušné směsi 9% CH₄.

6.2 Materiálové vlastnosti hrázového objektu

Uzávěr je soustavou tenkostěnných prvků, které jsou buďto z materiálu ČSN 11 523 nebo ČSN 11 375. Pro oba tyto materiály byla provedena tahová zkouška, pomocí které se zjistilo chování materiálu v plastické oblasti (závislost napětí na deformaci).

Vlastnosti společné pro oba materiály:

modul pružnosti	E	206000	MPa
Poissonova konstanta	μ	0,3	-
hustota	ρ	7850	kg/m ³

Tabulka 4: Elastické vlastnosti oceli.

Hodnoty naměřené z tahové zkoušky pro ocel 11375 a 11523 jsou v tabulkách 6 a 7.

6.2.1 Určení tečného modulu

Materiálový model zvolíme bilineární (MATD024). K tomu potřebujeme určit tečný modul.

Dále předpokládejme, že bude docházet k malým plastickým deformacím, do 10% (z důvodu přesnosti aproximační přímky).

Takže jsme si pro oba materiály nechali vykreslit do bodového grafu prvních 11 bodů a jim v excelu nechali přiřadit lineární spojnici trendu se zobrazením rovnice regrese.

V případě materiálu 11 375 je výsledek na obrázku 18. Rovnice regresní přímky je $\sigma = 2268 \cdot \varepsilon + 251,5$, kde 2268 představuje sklon přímky a 251,5 odsazení přímky; na obrázku modře. Jelikož budeme zadávat pouze sklon přímky a mez kluzu, skutečná přímka popisující chování bude mít tvar $\sigma = 2268 \cdot \varepsilon + 235$, na obrázku zeleně. (Mez kluzu vzata z naměřených hodnot jako první hodnota plastické zóny.) I při posunu na mez kluzu je přímka získaná regresí přijatelná.

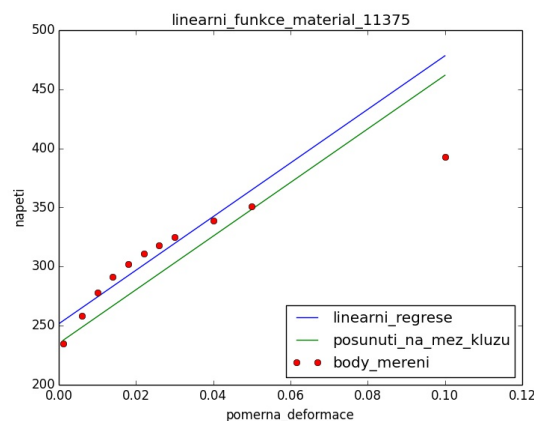
Pro materiál 11 523 je výsledek na obrázku 19 vlevo. Rovnice regresní přímky je $\sigma = 1473 \cdot \varepsilon + 324,6$, kde opět 1473 představuje sklon přímky a 324,6 odsazení přímky; na obrázku modře. Posuneme-li přímku na mez kluzu, $\sigma = 1473 \cdot \varepsilon + 293$, na obrázku zeleně, vidíme, že popis je již docela nepřesný. Pro přesnější popis si vygenerujeme bod mezi posledními dvěma body, jeho x-ovou souřadnicí je průměr x-ových souřadnic bodů a y-ová souřadnice je získána výpočtem z lineární spojnice těchto dvou bodů. Přímka popisující chování v plastické oblasti je pak spojnicí bodu meze kluzu a tohoto vygenerovaného. Výsledná přímka má pak rovnici $\sigma = 1858 \cdot \varepsilon + 293$, na obrázku 19 vpravo.

6.2.2 Popis chování v plastické oblasti

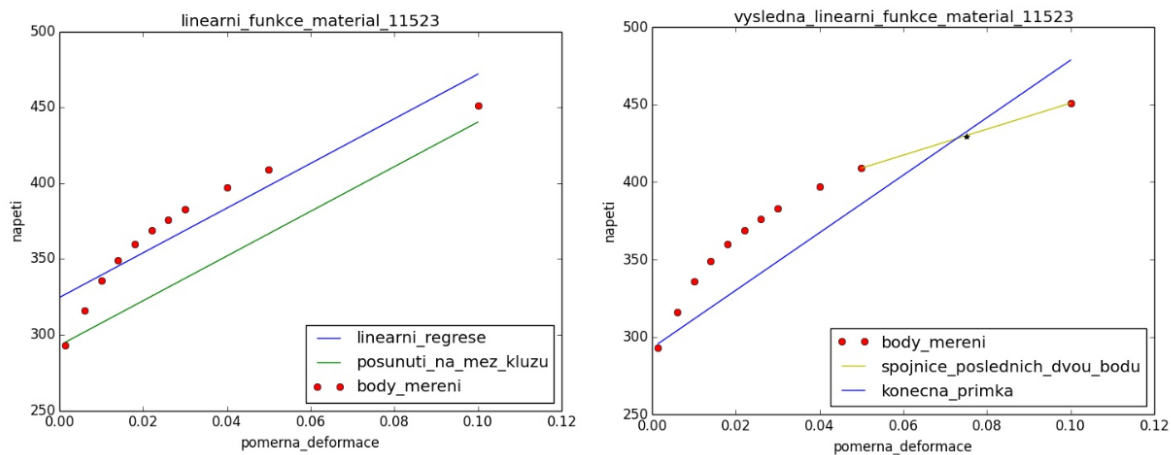
Jako mez kluzu, tedy hranici mezi elasticitou a plasticitou, jsou vzaty první naměřené hodnoty. Tečné moduly jsou vypočteny v předchozí podkapitole:

materiál	mez kluzu σ_Y	tečný modul E_T
11 375	235 MPa	2268 MPa
11 523	293 MPa	1858 MPa

Tabulka 5: Plastické vlastnosti ocelí 11 375 a 11 523.



Obrázek 18: Lineární regrese plastické oblasti materiálu 11 375.



Obrázek 19: Vlevo lineární regrese plastické oblasti materiálu 11 523. Vpravo konečná aproximace.

poměrná deformace ε [-]	napětí σ [MPa]
$1,14 \cdot 10^{-3}$	235
$6,00 \cdot 10^{-3}$	258
$1,00 \cdot 10^{-2}$	278
$1,40 \cdot 10^{-2}$	291
$1,80 \cdot 10^{-2}$	302
$2,20 \cdot 10^{-2}$	311
$2,60 \cdot 10^{-2}$	318
$3,00 \cdot 10^{-2}$	325
$4,00 \cdot 10^{-2}$	339
$5,00 \cdot 10^{-2}$	351
0,1	393
0,15	424
0,2	450
0,25	472
0,3	485

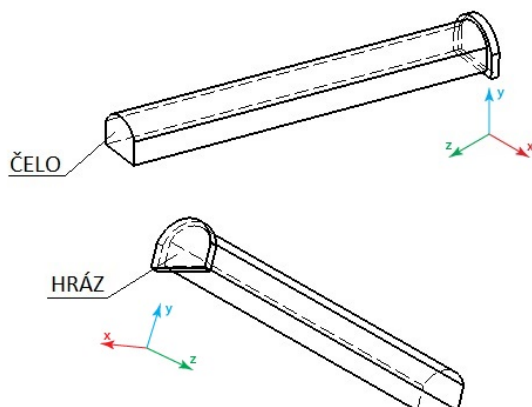
Tabulka 6: Závislost mezi deformací a napětím v plastické oblasti pro ocel 11 375.

poměrná deformace ε [-]	napětí σ [MPa]
$1,42 \cdot 10^{-3}$	293
$6,00 \cdot 10^{-3}$	316
$1,00 \cdot 10^{-2}$	336
$1,40 \cdot 10^{-2}$	349
$1,80 \cdot 10^{-2}$	360
$2,20 \cdot 10^{-2}$	369
$2,60 \cdot 10^{-2}$	376
$3,00 \cdot 10^{-2}$	383
$4,00 \cdot 10^{-2}$	397
$5,00 \cdot 10^{-2}$	409
0,1	451
0,15	482
0,2	508
0,25	530
0,3	543

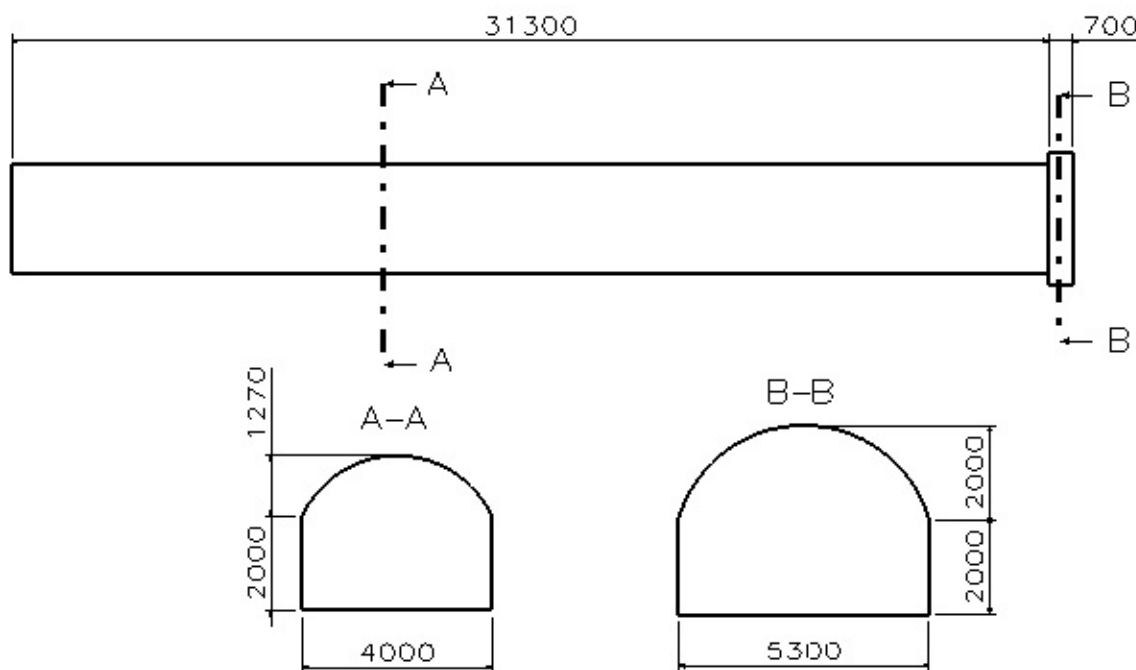
Tabulka 7: Závislost mezi deformací a napětím v plastické oblasti pro ocel 11 523.

7 Startovací úloha

Geometrie štoly je na obrázku 20, je vytvořena dle skutečné štoly, jejíž schéma je na obrázku 2. Jedná se o uzavřenou plochu. Rozměry jsou na obrázku 21.



Obrázek 20: Geometrie štoly a souřadný systém.



Obrázek 21: Rozměry štoly v mm.

Čelo, stejně jako „plášť“ jsou obalem tunelu, tedy rozhraním mezi skálou, ve které je tunel vykopán a vzduchem v dutině. Hráz je prozatímní hrázový objekt, hranice oddělující části tunelu.

Dle schématu na obrázku 2 je bleskovice na ploše, které jsme si nazvali čelo, odtud se realizuje iniciace methanu.

V této kapitole se budeme soustředit na vymodelování výbuchu tak, aby průběh tlaku na hrázi odpovídal obrázku 3. Prozatím budeme všechny plochy pláště tunelu považovat za absolutně tuhé (potřebujeme jenom průběh tlaku v určitém místě a plochy ohraničující objem).

7.1 Postup řešení

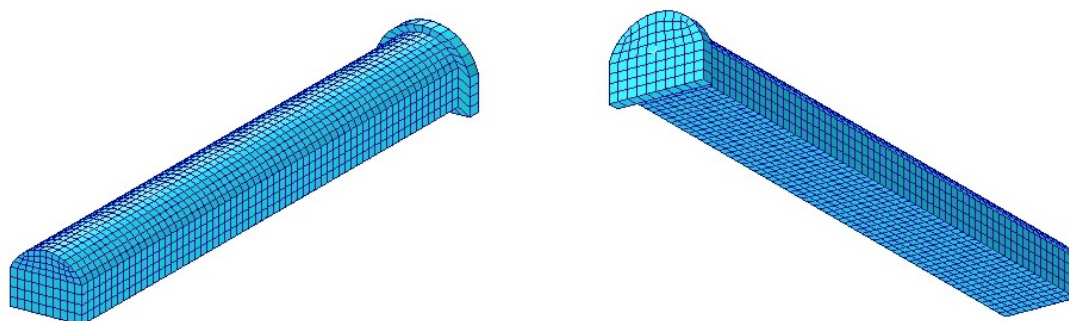
Co se týče zadání parametrů výbuchu plynu, do softwaru MSC.Nastran můžeme vložit pouze hustotu, měrnou vnitřní energii nebo rychlost. Samotná simulace hoření methanu (i uhelného prachu) by byla možná například ve Fluentu, avšak zde bychom pouze nasimulovali chemickou reakci, zjistili tlak v žádaném místě (což máme z experimentu), aplikace na objekt by již nebyla možná. Navíc modelování proudění s hořením je velmi složité a bývá tématem disertačních prací.

Nadále tedy budeme předpokládat, že bleskovice slouží pouze k iniciaci methanu a uhelný prach pouze ke zvýšení tlaku. Takže se zaměříme na modelování výbuchu methanu s následnou analytickou korekcí na vyšší tlak.

Budeme se snažit dosáhnout takového průběhu a velikosti tlaku na hrázi, jako je na obrázku 3.

7.1.1 Lagrangeova síť

Nejprve vysítíme plochy. Pomocí vhodné úpravy ploch (rozřezání) jsme získali síť, která obsahuje pouze QUAD elementy. Obrázek 22. Dále bylo provedeno spojení uzlů sousedních ploch, takže ať elementy náležejí různým plochám, jsou spojeny v jeden celek; tato strategie je velmi výhodná, jelikož dovoluje vyhnout se kontaktům.



Obrázek 22: Síť na ploše tunelu.

Materiál

Všem elementům je přiřazen materiál typu „MATRIG“ (viz podkapitola 5.7.1). Jelikož se jedná o plošné elementy, dodefinujeme ještě jejich tloušťku.

modul pružnosti	E	$210 \cdot 10^9$	Pa
Poissonova konstanta	μ	0,3	-
hustota	ρ	7850	kg/m ³
tloušťka	t	0,008	m

Tabulka 8: Materiálové vlastnosti čela, pláště a hráze pro startovací úlohu.

Okrajové podmínky

Na všechny elementy, které náleží ploše čela a pláště je aplikováno vetknutí: zabránění posuvům v osách x , y a z a natočení kolem nich.

7.1.2 Eulerova síť

Materiál

Jediným materiálem bude vzduch. Typ materiálového modelu „EOSGAMMA“ (stavová rovnice ideálního plynu, viz podkapitola 5.7.2), typ elementů „PEULER1“,

„2NDORDER“ (5.7.2).

hustota	ρ	1,186	kg/m ³
adiabatický exponent	γ	1,264	-

Tabulka 9: Materiálové vlastnosti vzduchu.

Počáteční podmínky a regiony

Methanovzdušná směs sice zabírá 210m³, nicméně tato oblast nevybouchne na jednu. Plamen se šíří postupně, zreagovaná část směsi prakticky iniciuje další část. Kdybychom zadali vnitřní energii na celou oblast, dopustíme se velké nepřesnosti. Počáteční podmínky tedy budou zavedeny na malou oblast začátku výbuchu, odkud se pak tlaková vlna bude šířit dál.

Vzduch uvnitř štoly se bude „dělit“ na okolní a generátor rázové vlny. Rozdíl mezi těmito částmi zadáme pomocí počátečních podmínek. Dle literatury [9] se má zadat hustota materiálu a jeho měrná vnitřní energie.

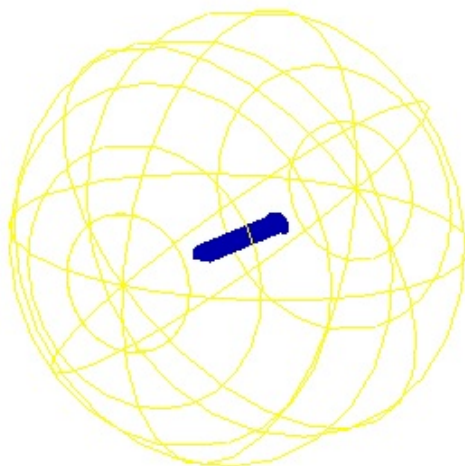
Okolní vzduch bude mít hustotu uvedenou v tabulce 9 a měrnou vnitřní energii spočteme dle vzorce 7:

$$u = c_v \cdot T = 795,89 \cdot 283 = 225000 \text{ J/kg} \quad (55)$$

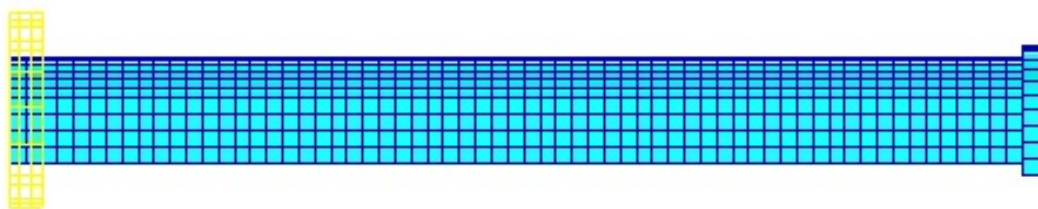
Oblast počátku výbuchu bude mít taktéž hustotu z tabulky 9, ale její vnitřní energie bude rovna měrné energii výbuchu metanovzdušné směsi, z tabulky 3: 2615000J/kg.

Přiřazování těchto počátečních podmínek Eulerovým elementům se děje pomocí tzv. definice regionů. K tomu je potřeba ještě vytvořit tvary, objemy, ve kterých tyto podmínky platí. Prvním objemem je koule, která obklopuje veškerou oblast, obrázek 23. Druhým objemem je válec, který leží u čela štoly a reprezentuje počátek výbuchu, obrázek 24, má výšku 1 m; jelikož dojde k plošné iniciaci methanu, válec se protíná s celým průřezem tunelu. Válec nesmí mít příliš malou výšku, ta musí být minimálně o trochu větší než šířka Eulerova elementu, jinak do výpočtu nebude zahrnut.

Region je pak definován materiálem, v našem případě PEULER1 2NDORDER, který jsme si už nadefinovali a tvary a jejich počátečními podmínkami: koule - počáteční podmínky okolního vzduchu, válec - počáteční podmínky výbuchu.



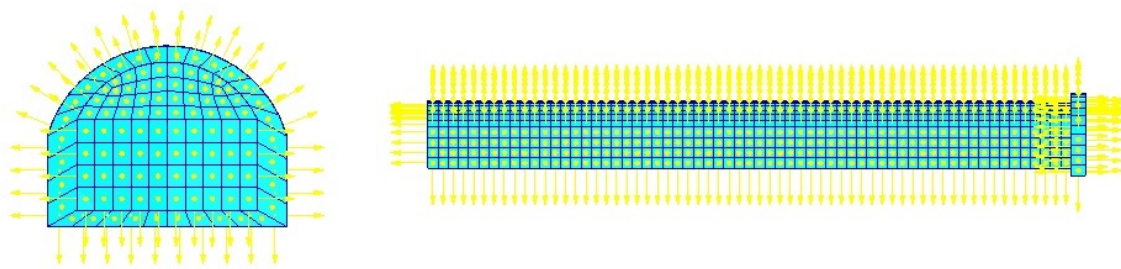
Obrázek 23: Oblast okolního vzduchu.



Obrázek 24: Oblast výbuchu na počátku.

Coupling

Nejprve musíme zjistit, zda normály všech elementů směřují ven z tunelu. Pokud ne, je třeba je převrátit. Jakmile mají všechny elementy správný směr, obrázek 25, můžeme nadefinovat Coupling: vybereme všechny elementy a zadáme, které části Eulerových elementů do uzavřeného objemu nepatří, což jsou v našem případě elementy venku (cover outside).

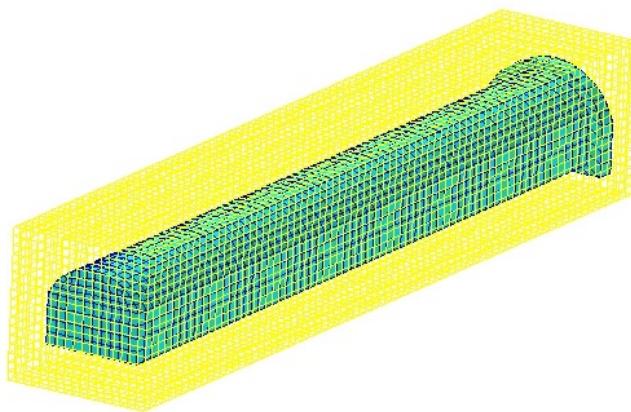


Obrázek 25: Normálové směry elementů pro Coupling.

Sít'

Nyní máme k materiálu přiřazeny okrajové podmínky a oblasti jejich platnosti. Dále si vygenerujeme síť. Ta bude mít tvar kváдру a bude v sobě obsahovat uzavřenou plochu štoly. Její elementy jsou šestistěny. Při generaci si musíme dávat pozor, aby žádné stěny Eulerových elementů nebyly totožné s plochou Lagrangeovy sítě; řešič poté generuje chybu, že zlomek Eulerova elementu je příliš malý. Eulerova síť je na obrázku 26.

Při definici sítě zadáváme i Coupling, kterému náleží a materiál, kterému již byly přiřazeny okrajové podmínky.



Obrázek 26: Eulerova síť, rozměry kváдру ve směrech x , y , z : $6\text{m} \times 6\text{m} \times 34\text{m}$, počet elementů v těchto směrech: 17, 17, 66.

7.2 Nastavení výpočtu

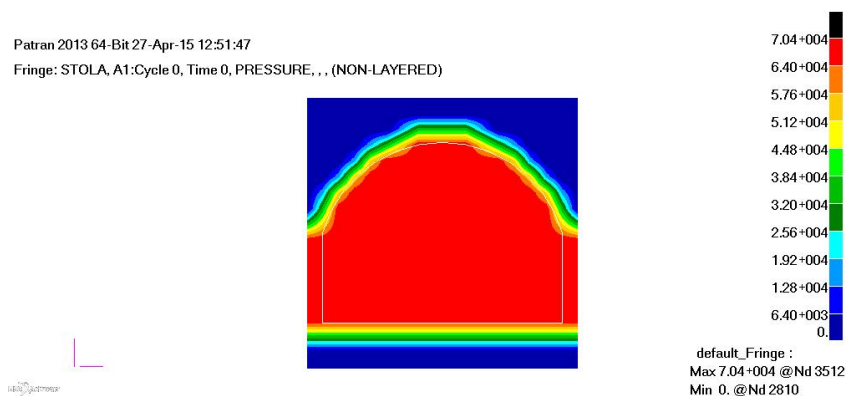
- počáteční časový krok výpočtu: 10^{-7}
- Eulerovy parametry: řešení dle Riemana, přesnost 2. řádu
- sledovaná doba děje: 0,2 s
- počet kroků v tomto čase: 100

7.3 Výsledky

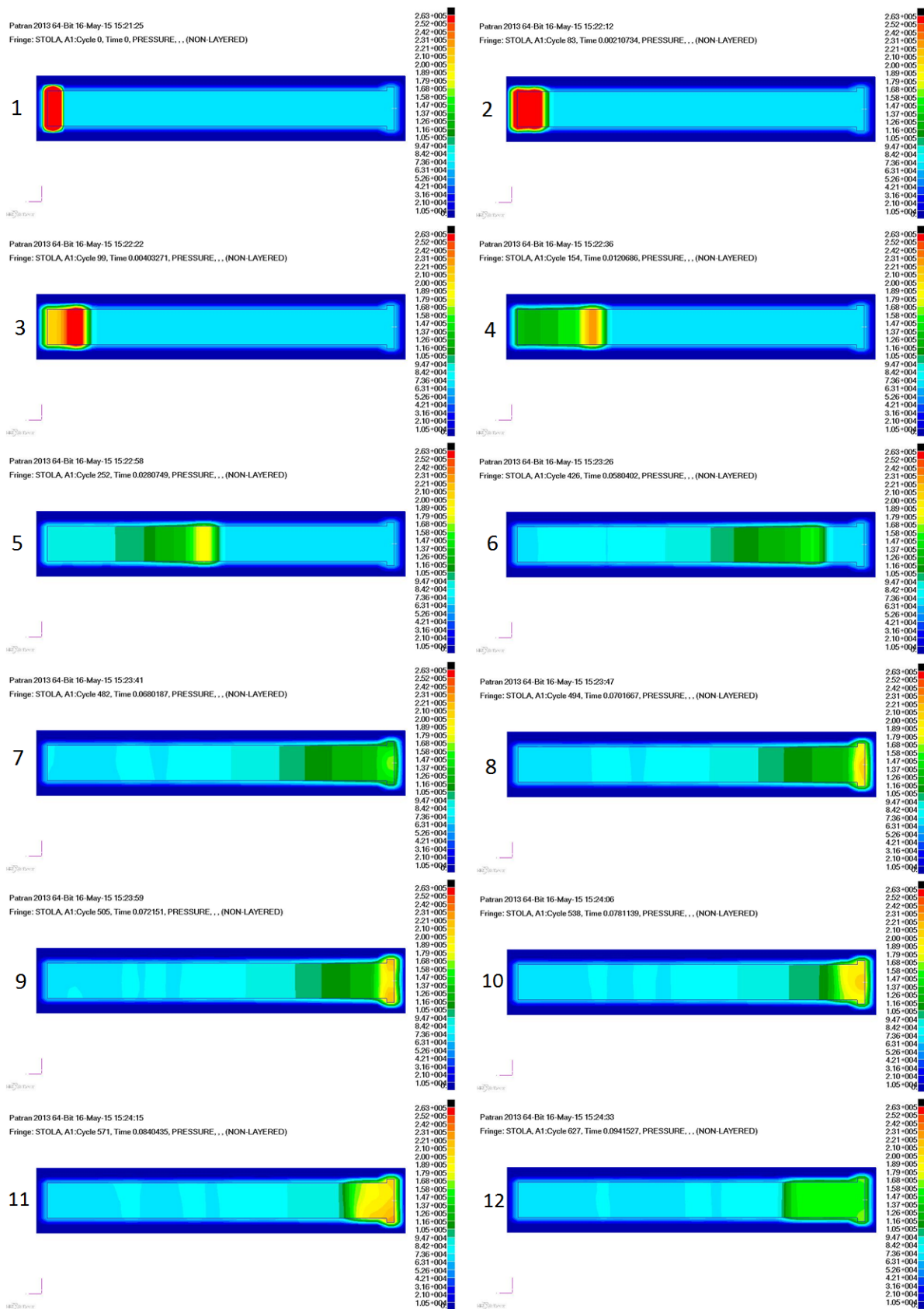
Nejprve si vykreslíme průběh tlaku na podélném řezu štoly, viz obrázek 28.

Model se chová dle očekávání. Zadaná specifická vnitřní energie iniciuje rozpínání plynu. V druhém časovém okamžiku můžeme vidět, že tlak nepostupuje pouze dopředu, ale vlivem rozpínání plynu i zpět k čelu, odkud vede první odraz, což je relativně nepřesné. Za tlakovou vlnou následuje vlna zředění, což taktéž odpovídá chování v realitě.

Nyní se podívejme na průběh tlaku na hrázi. Obrázek 27. Z důvodu zadání měrné energie vzduchu uvnitř tunelu je na hrázi počáteční tlak 0,07 MPa. Nicméně tlak nám „prosakuje“ - a to z toho důvodu, že se krajní elementy Eulerovy sítě protínají s plochou, obrázek 29 vlevo; kolem plochy musí existovat minimálně 1 Eulerův element, který není součástí Couplingu. Dalším postupem bude tedy oprava Eulerovy sítě a opětovný výpočet.



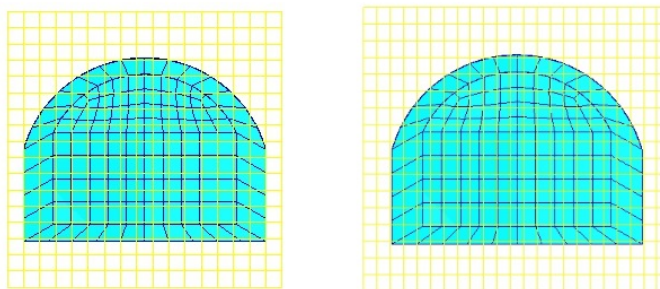
Obrázek 27: Vyobrazení tlaku na hrázi. Hodnoty v pascalech.



Obrázek 28: Výsledný průběh tlaku v podélném řezu. Hodnoty tlaku v pascálech.

7.4 Úprava Eulerovy sítě

Nová Eulerova síť je na obrázku 29 vpravo. Rozměry kvádru: $6,5\text{m} \times 6\text{m} \times 34\text{m}$, počet elementů: 23, 17, 66.



Obrázek 29: Použitá Eulerova síť vlevo, nová Eulerova síť vpravo.

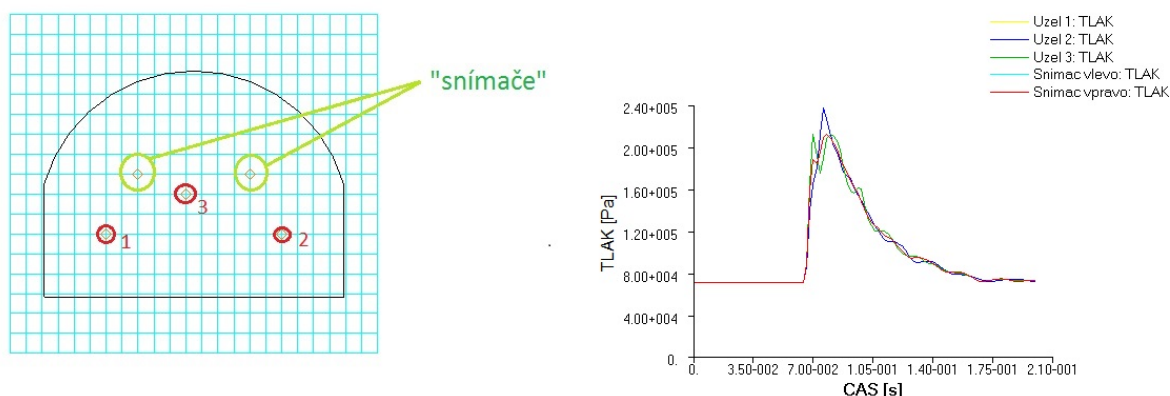
7.4.1 Výsledky

Nejprve si zobrazíme průběh tlaku na hrázi, obrázek 31. Animace tohoto průběhu v příloze, stejně tak animace průběhu tlaku v podélném řezu.

Jelikož předchozí Eulerova síť měla prakticky chybu jen ve zobrazení, není pro nás žádným překvapením, že průběh tlaku v podélném řezu je stejný jako předtím.

Nyní si vykreslíme průběhy tlaku na hrázi v určitých uzlech do grafu. Uzly, kterých se to bude týkat, jsou na obrázku 30 vlevo, graf průběhů vpravo. Díky dokonalé symetrii v modelu se výsledky obou snímačů, stejně jako uzlů 1 a 2 plně překrývají.

Na začátku je příliš velký tlak. V experimentu byl naměřen 3,89krát nižší. Špička dosaženého tlaku, $2,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, je zase 4,76krát nižší než požadovaná hodnota 1 MPa. Provedeme tedy korekce.



Obrázek 30: Vlevo uzly, na kterých bude „snímán“ tlak; zeleně zakroužkované uzly jsou zhruba v místech, kde se vyskytují snímače T3 a T4 použité při experimentu; červeně zakroužkované uzly jsou jenom dodatkem. Vpravo graf průběhu tlaku v těchto místech.

7.5 Úprava hodnot specifické vnitřní energie

Dle rovnice (4), se kterou pracuje řešič, je vnitřní energie přímo úměrná tlaku. Pokud tedy chceme 3krát vyšší tlak, vynásobíme energii třikrát.

Nové hodnoty měrných vnitřních energií pak budou:

- okolní vzduch: $\frac{225000}{3,89} = 57841 \text{ J/kg}$,
- generátor tlakové vlny: $2,615 \cdot 10^6 \cdot 4,76 = 12,45 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

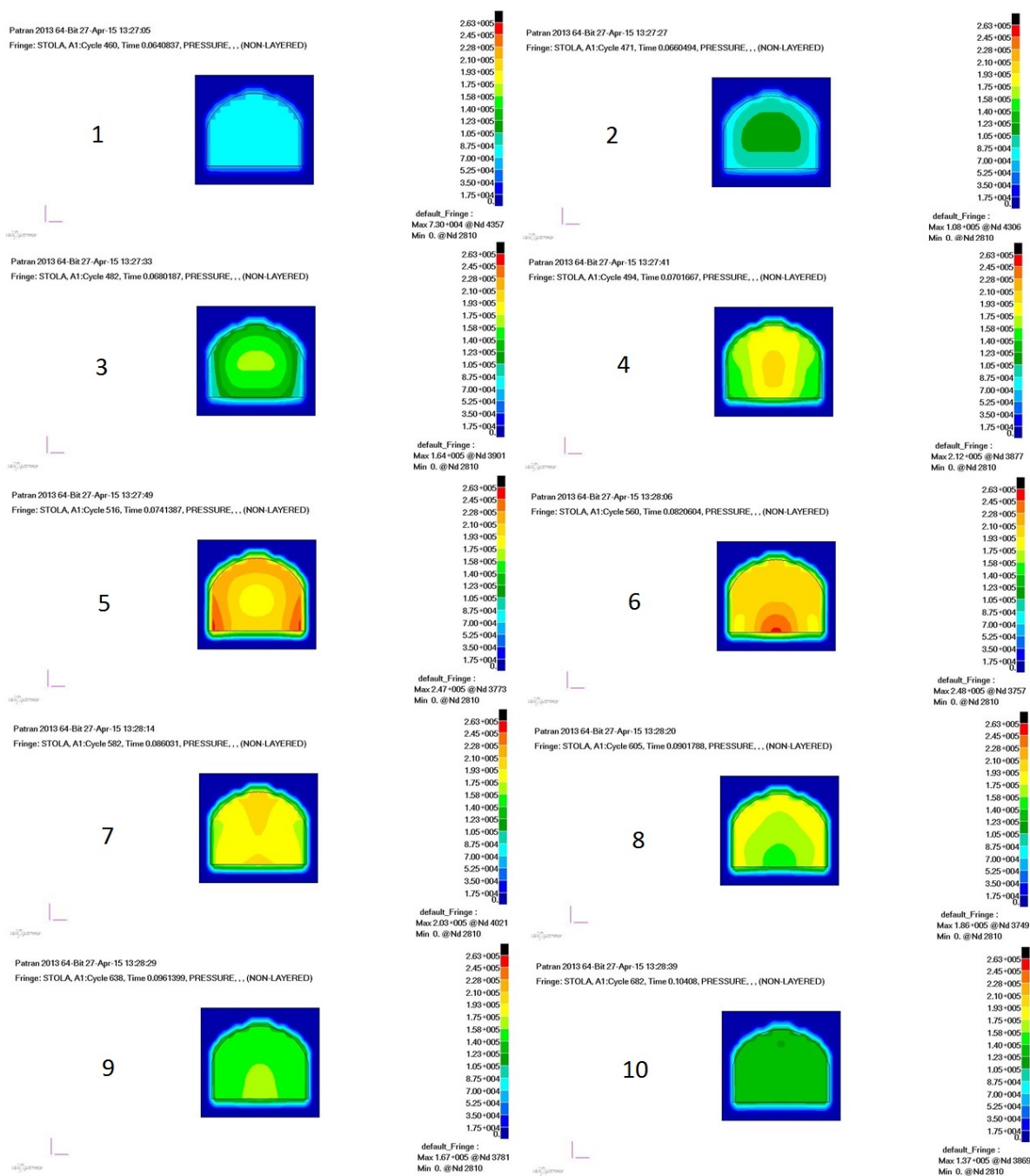
7.5.1 Výsledky

Zobrazíme si průběh tlaku na hrázi, obrázek 32 vlevo. Stále jsme nedosáhli tlaku 1 MPa, což se dalo očekávat, protože předchozí tlak byl zvyšován i účinkem energie okolí. Jelikož jsme ji snížili, snížil se i její účinek. Nový dosažený tlak je 0,75 MPa, což je 1,33krát méně než požadovaná hodnota.

7.6 Druhá úprava hodnot energie

Opět navýšíme energii generátoru výbuchu, a to stejným způsobem:

$$12,45 \cdot 10^6 \cdot 1,33 = 16,6 \cdot 10^6 \text{ J/kg}.$$

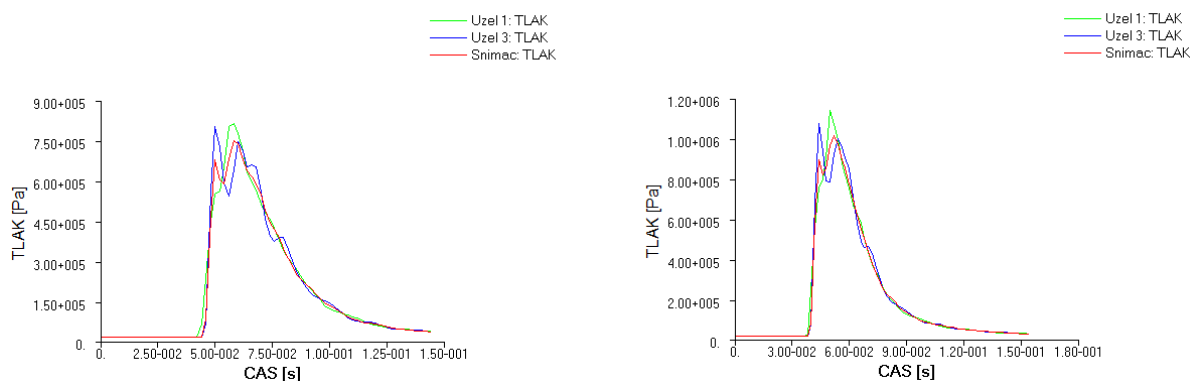


Obrázek 31: Průběh tlaku na hrázi. Hodnoty v pascálech.

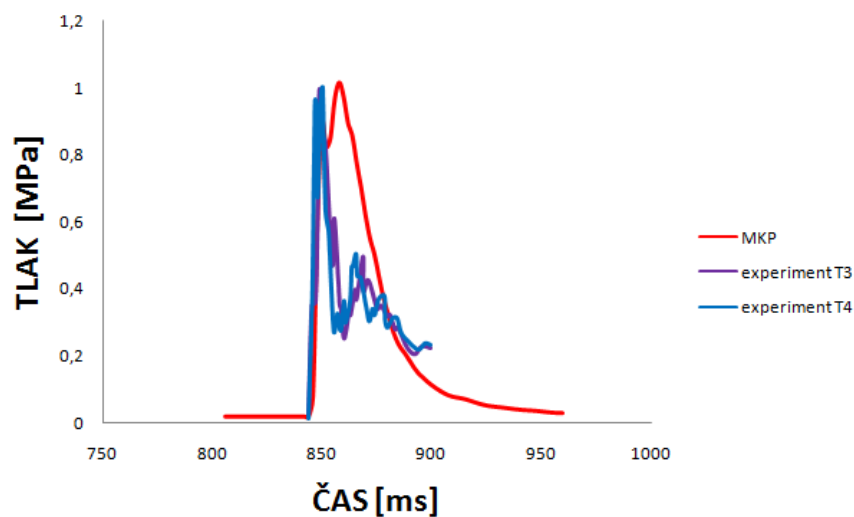
7.6.1 Výsledky

Výsledný průběh tlaku na uzlech je na obrázku 32 vpravo. Bylo dosaženo sice trochu vyšší hodnoty než 1 MPa, nicméně 1MPa je minimální hodnota tlaku, který musí být vyvozen, takže tento výsledek je korektní. Porovnání s průběhem tlaku z

experimentu na obrázku 33.



Obrázek 32: Graf průběhu tlaku pro „opravené“ hodnoty energií, vlevo první korekce, vpravo druhá.



Obrázek 33: Srovnání vypočteného a experimentem zjištěného průběhu tlaku.

Porovnáme-li průběhy, vidíme, že tlak z výpočtu vyvozený energií má širší křivku průběhu. Navíc již v předchozích grafech jsme si mohli všimnout zdvojené špičky, která nejpravděpodobněji vzniká kvůli odrazu na počátku na čele (z důvodu rozpínání plynu do všech směrů).

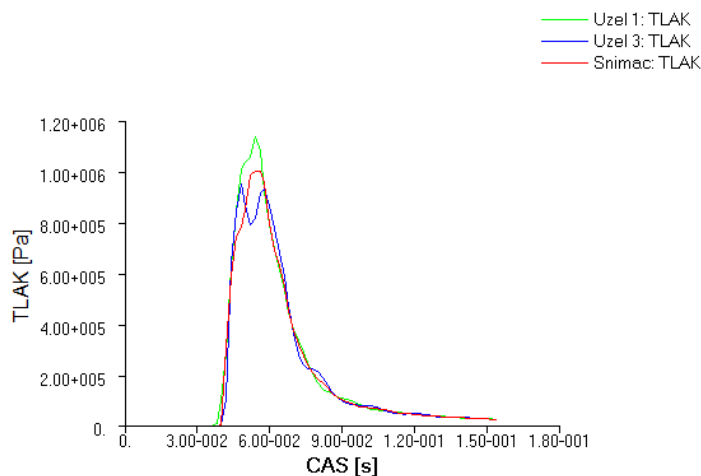
7.7 Třetí úprava: zanedbání vnitřní energie okolního vzduchu

Ještě zkusíme další možnost, a to namodelování výbuchu pouze pomocí vnitřní energie jeho generátoru. Energii okolí vypustíme. Počáteční podmínky pro tento případ potom jsou:

- specifická vnitřní energie výbušné části: $16,6 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$,
- specifická vnitřní energie okolí: 0 J/kg .

7.7.1 Výsledky

Výsledek je na obrázku 34. Vidíme, že jsme si nijak nepomohli, výsledek je téměř stejný, ne-li ještě o něco horší (krom stejné šířky průběhu křivky navíc velmi rychlý pokles po dosažení maxima, skoro tak rychlý jako náběh).



Obrázek 34: Graf průběhu tlaku pro nulovou energii okolí.

7.8 Výpočet pomocí zadání rychlosti

Vzhledem k ne moc přesnému výsledku plynoucímu ze zadávání energií jsme se rozhodli vyzkoušet, jak by vypadal průběh, pokud bychom zadali generátoru výbuchu místo energie počáteční rychlost. Počáteční rychlost se bude rovnat detonační

rychlosti metanovzdušné směsi, z tabulky 3: 1828 m/s. Vnitřní energii okolního vzduchu ponecháme na 57841 J/kg (z kapitoly 7.5).

7.8.1 Výsledky

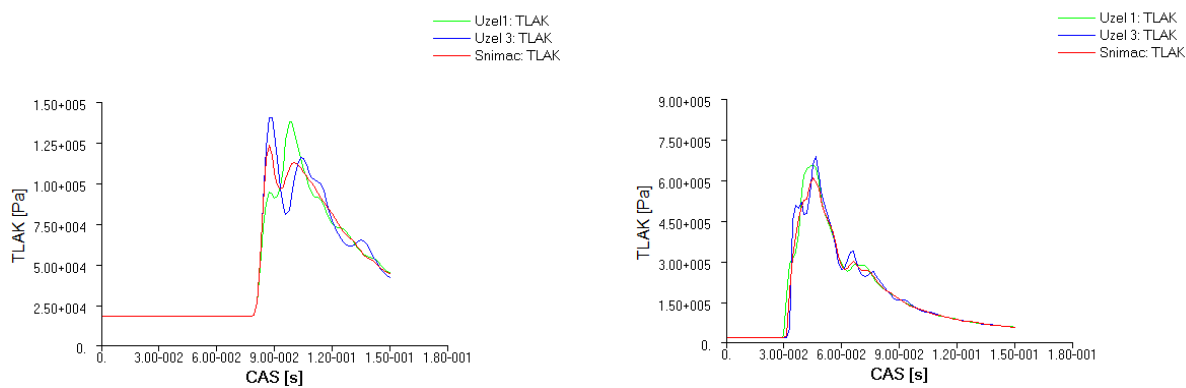
Průběh tlaku je na obrázku 35 vlevo. Maximální tlak na snímači je 0,125 MPa, což je 8krát méně než je požadováno, rychlost bude muset být zvýšena. Musíme však mít na paměti vztah mezi tlakem a rychlostí dle rovnice (5) - tlak je závislý na kvadrátu rychlosti. Pokud tedy chceme tlak 8x vyšší, rychlost musí být vyšší $\sqrt{8}$ krát.

7.9 Zvýšení detonační rychlosti

Nová rychlost bude potom $v = \sqrt{8} \cdot 1828 = 5170 \text{ m/s}$.

7.9.1 Výsledky

Výsledky průběhů tlaků sledovaných uzlů jsou na obrázku 35 vpravo. Rychlost bude třeba zvýšit znovu.



Obrázek 35: Grafy průběhů tlaků ve zvolených uzlech. Vlevo pro prvotní počáteční rychlost, vpravo pro zvýšenou.

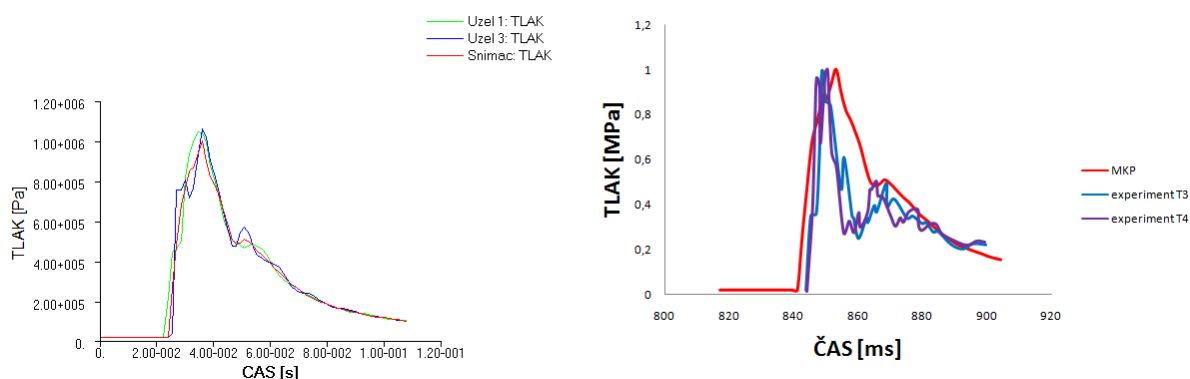
7.10 Druhé zvýšení detonační rychlosti

Dle výsledků na obrázku 35, kde je maximální tlak 0,6 MPa, je třeba rychlost zvýšit na:

$$5170 \cdot \sqrt{\frac{1}{0,6}} = 6669 \text{ m/s.}$$

7.10.1 Výsledky

Výsledky jsou na obrázku 36 vlevo. Porovnáme-li průběhy s naměřenými daty, obrázek 36 vpravo, tak ač je křivka opět o něco širší, průběhu odpovídá dobře, rozhodně podstatně lépe než v případě se zadanou specifickou energií; jednak je křivka užší než dosažená pomocí energie a jednak má lépe odpovídající pokles. Dokonce dochází i k menšímu výkmitu při poklesu tlaku.



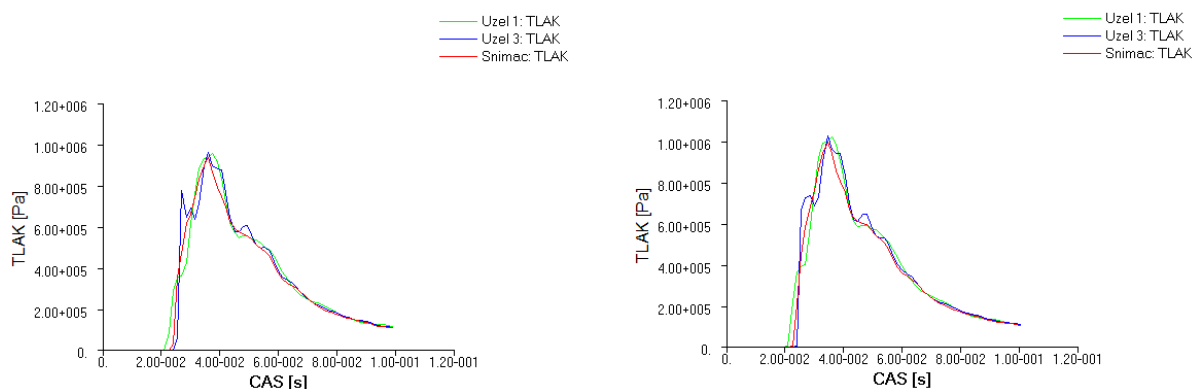
Obrázek 36: Graf průběhu tlaku pro zvýšenou počáteční rychlost vlevo, vpravo srovnání s experimentem.

7.11 Výpočet pomocí zadání rychlosti bez zadání energie okolí

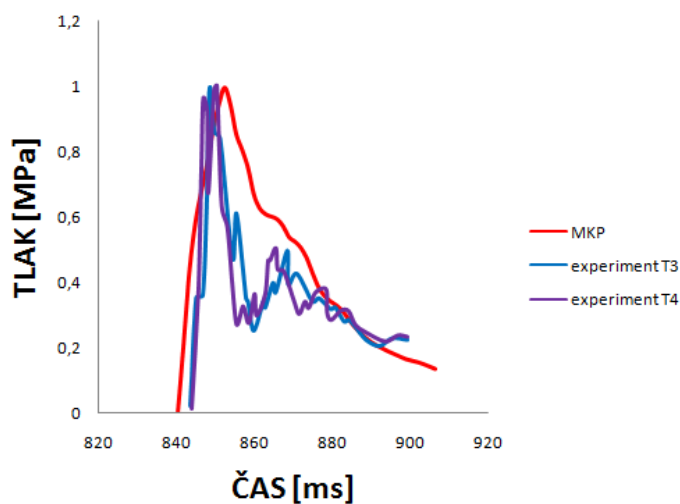
Nyní ještě zjistíme, jak by průběh vypadal, pokud bychom zadali pouze počáteční rychlost bez energie okolí. Počáteční rychlost zůstává stejná z předchozího příkladu, energie okolí nastavena na 0.

7.11.1 Výsledky

Výsledek na obrázku 37 vlevo. Maximální tlak nedosahuje plně 1 MPa, nýbrž 0,9 MPa, provedeme tedy ještě korekci. Výsledek s upravenou hodnotou rychlosti je na obrázku 37 vpravo. Srovnání s experimentem na obrázku 38. Průběhem odpovídá hůř než při zadání energie okolí.



Obrázek 37: Graf průběhu tlaku pro počáteční rychlost bez zadání energie okolí, vlevo s původní rychlostí a vpravo se zvýšenou.



Obrázek 38: Srovnání průběhů tlaků získaných výpočtem a experimentem.

7.12 Závěr

Nejlépe průběhu tlaků z experimentů odpovídal případ, kdy jsme zadali počáteční detonační rychlost a měrnou energii okolí. Hodnoty byly následující:

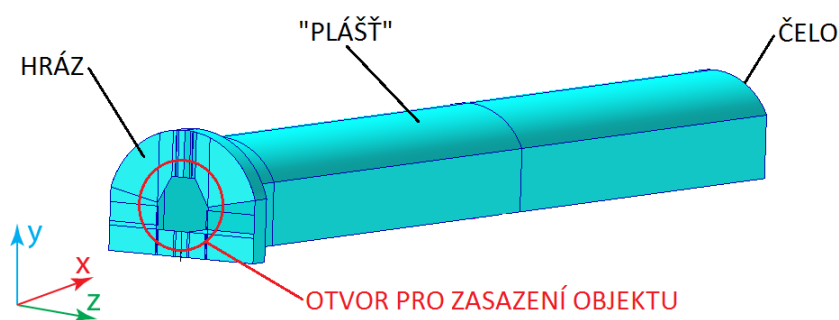
- měrná energie okolí: 57841 J/kg,
- počáteční rychlost: 6669 m/s.

Nadále tedy budeme pracovat s těmito okrajovými podmínkami. Animace průběhů tlaků v podélném řezu a na hrázi v příloze.

8 Aplikace na hrázový objekt

8.1 Lagrangeova síť (změny v geometrii a materiály)

Dojde ke změně geometrie, obrázek 39. Čelu, plášti i části hráze, která není součástí zkoumaného uzavíracího objektu, zůstává materiálový model MATRIG z předchozího kroku, nicméně jsme změnil jeho parametry, tabulka 10. (Hodnoty meze kluzu a hustoty oproti deformovatelným materiálům zvýšeny o 1 řád, tloušťka vyšší.)



Obrázek 39: Úprava původní geometrie a souřadný systém.

Nyní je nutno dodefinovat parametry materiálových modelů poklopu, které jsme si určili výše. Pro připomenutí se jedná o materiály ocel ČSN 11 375 a 11523,

k popisu chování je použita charakteristika MATD024 (viz kapitola 5.7.1). Jejich vlastnosti jsou v tabulce 11.

modul pružnosti	E	2060000	MPa
Poissonova konstanta	μ	0,3	-
hustota	ρ	$7,85 \cdot 10^{-8}$	t/mm ³
tloušťka	t	20	mm

Tabulka 10: Materiálové vlastnosti čela, pláště a části hráze pro aplikaci.

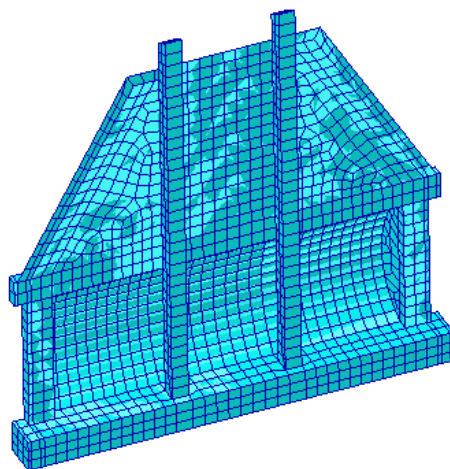
	11 375	11 523
hustota	$7,85 \cdot 10^{-9}$ t/mm ³	$7,85 \cdot 10^{-9}$ t/mm ³
modul pružnosti	206000 MPa	206000 MPa
Poissonova konstanta	0,3	0,3
mez kluzu	235 MPa	293 MPa
tečný modul	2268 MPa	1858 MPa
parametr C	40	40
parametr P	5	5

Tabulka 11: Shrnutí vlastností materiálů 11 375 a 11 523.

Zkoumaný poklop, který bude vsazen do oblasti hráze, je již na obrázku 4. Jeho síť je na obrázku 40. Síť je z hlediska výpočetní náročnosti a hlavně jejího následného globálního vlivu (viz dále) volena takto hrubá.

Jelikož se jedná o soustavu tenkostěnných prvků, poklop je modelován jako skořepinové těleso. Tloušťky jednotlivých částí se řídí rozměry poklopu na obrázku 5. Z materiálu 11 523 jsou veškeré nosníkové prvky (příčnice a podélné výztuhy), zbylé části jsou z materiálu 11 375.

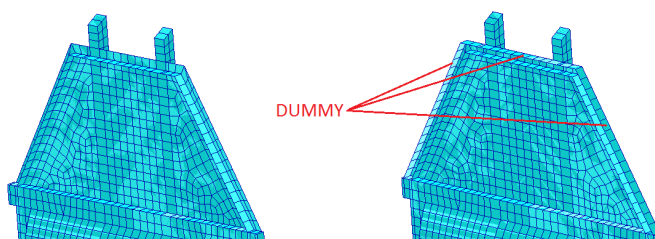
Dalším materiálem, který bude třeba zadat, je „nulový materiál“ (viz kapitola 5.7.1) z důvodu jeho potřeby při následném Couplingu. Jeho vlastnosti jsou v tabulce 12. Umístění těchto „elementů navíc“, které jsou v terminologii řešiče nazvány „dummy elements“, je patrné z obrázku 41.



Obrázek 40: Sít' poklopu.

hustota	$7.85 \cdot 10^{-12} \text{ t/mm}^3$
modul pružnosti	1 MPa
Poissonova konstanta	0.3
tloušťka	0,001 mm

Tabulka 12: Vlastnosti „nulového materiálu“

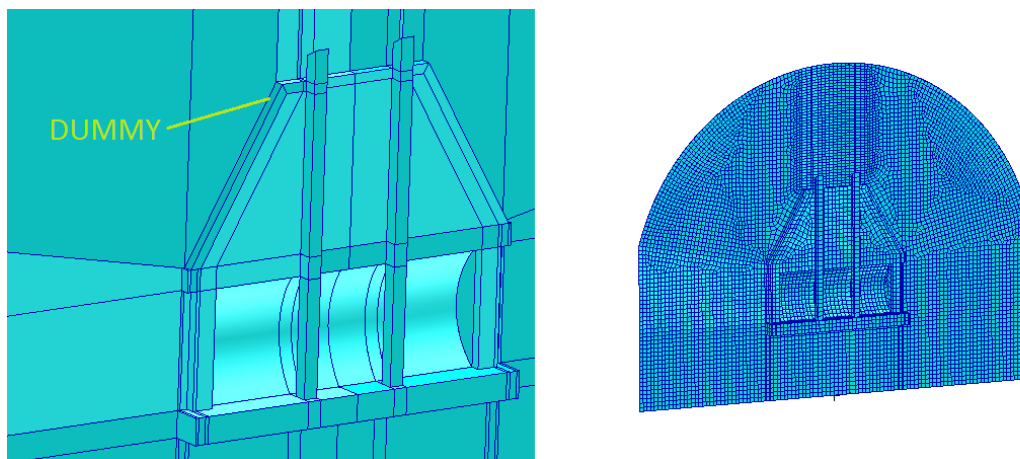


Obrázek 41: Lokace dummy elementů

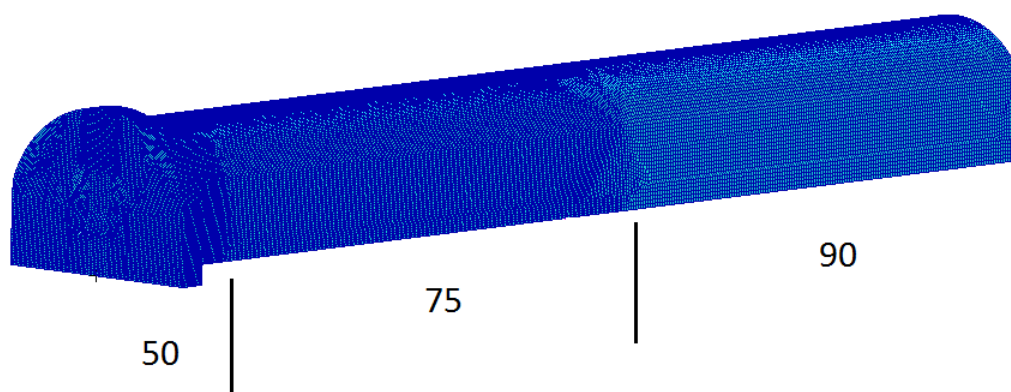
Nyní můžeme vytvořit Coupling. Členy uzavřené plochy jsou čelo, celý plášť, část hráze, která je tuhá, dummy elementy a pouze ty plochy poklopu, které přijdou do styku s tlakem. Aby mohl být poklop plně napojen na zbytek hráze, dummy elementy musely být vytvořeny. Obrázek 41. Opět bylo nutno dbát na to, aby všechny normály plošných elementů směřovaly ven z objemu, který uzavírají.

Nyní se dostáváme k důvodu hrubé sítě poklopu. Na obrázku 42 vpravo vi-

díme, že poklop je vzhledem k rozměrům zbytku modelu malý. A jelikož je nutností dosáhnout co nejlepších tvarů prvků sítě, není možno velikost elementů postupně příliš zvětšovat. Tudíž elementy na hrázi musely být z hlediska výpočetní náročnosti celého modelu relativně velké (relativně k rozměrům hráze). Sít' celého modelu je na obrázku 43.



Obrázek 42: Napojení poklopu s dummy elementy na tuhou stěnu vlevo, vpravo sít' celé hráze.

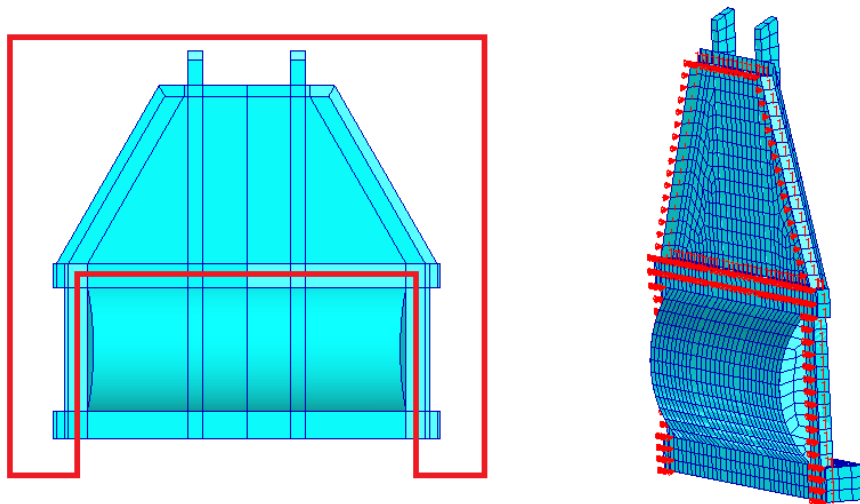


Obrázek 43: Sít' celého modelu. Čísla udávají velikost elementů v jednotlivých oblastech.

8.1.1 Okrajové podmínky

Vetknutí čela a pláště zůstává. Tuhé části hráze je zabráněno posuvu ve směru pohybu tlakové vlny.

Hráz je usazená tak, že se opírá o rám. Jelikož jsme se původně chtěli vyhnout kontaktům, tak jsme na uzly, které by se dotýkaly tohoto tuhého rámu, aplikovali zamezení posuvu v normálovém směru. Obrázek 44.



Obrázek 44: Vlevo schématické naznačení oblasti rámu, o který se poklop opírá a vpravo náhradní vazba.

Problém však následně nastal ve velkém průhybu horní části poklopu, ten přesáhl vzdálenost k rámu. Takže nakonec byla přidána styčná plocha s kontaktem „touch“ (tedy „dotek“), obrázek 45. Tato plocha je nedeformovatelná, typ materiálu stejný jako u čela a pláště, vlastnosti krom tloušťky platné z tabulky 10, tloušťka nastavena na 10 mm.

8.2 Eulerova síť a počáteční podmínky

Eulerova síť kolem modelu má rozměry v osách x, y, z: 33000mm × 5500mm × 6400mm, počet elementů v jednotlivých směrech: 197, 31, 43.

Materiálem je vzduch, vlastnosti hustota $\rho = 1.186 \cdot 10^{-12} \text{ t/mm}^3$, adiabatický exponent $\gamma = 1,264$ a materiálový model PEULER1 2NDORDER zůstávají.

Počáteční podmínky byly vygenerovány v předchozí kapitole:

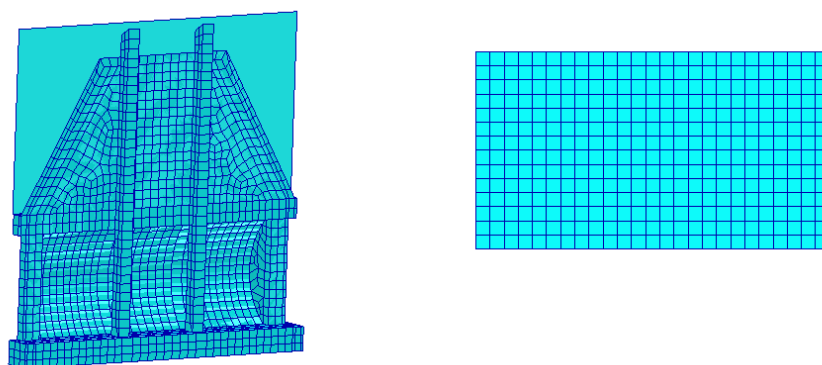
- měrná energie okolí: 57,841 MJ/t,

- počáteční rychlost: $6,669 \cdot 10^6$ mm/s,
- oblasti jejich platnosti zůstaly stejné.

8.3 Nastavení výpočtu

V předchozí kapitole jsme zjistili, že doba zájmu končí v čase 0,06 s, proto bude následující výpočet zkrácen.

- počáteční časový krok výpočtu: 10^{-7}
- Eulerovy parametry: řešení dle Riemana, přesnost 2. řádu
- sledovaná doba děje: 0,06 s
- počet kroků v tomto čase: 30

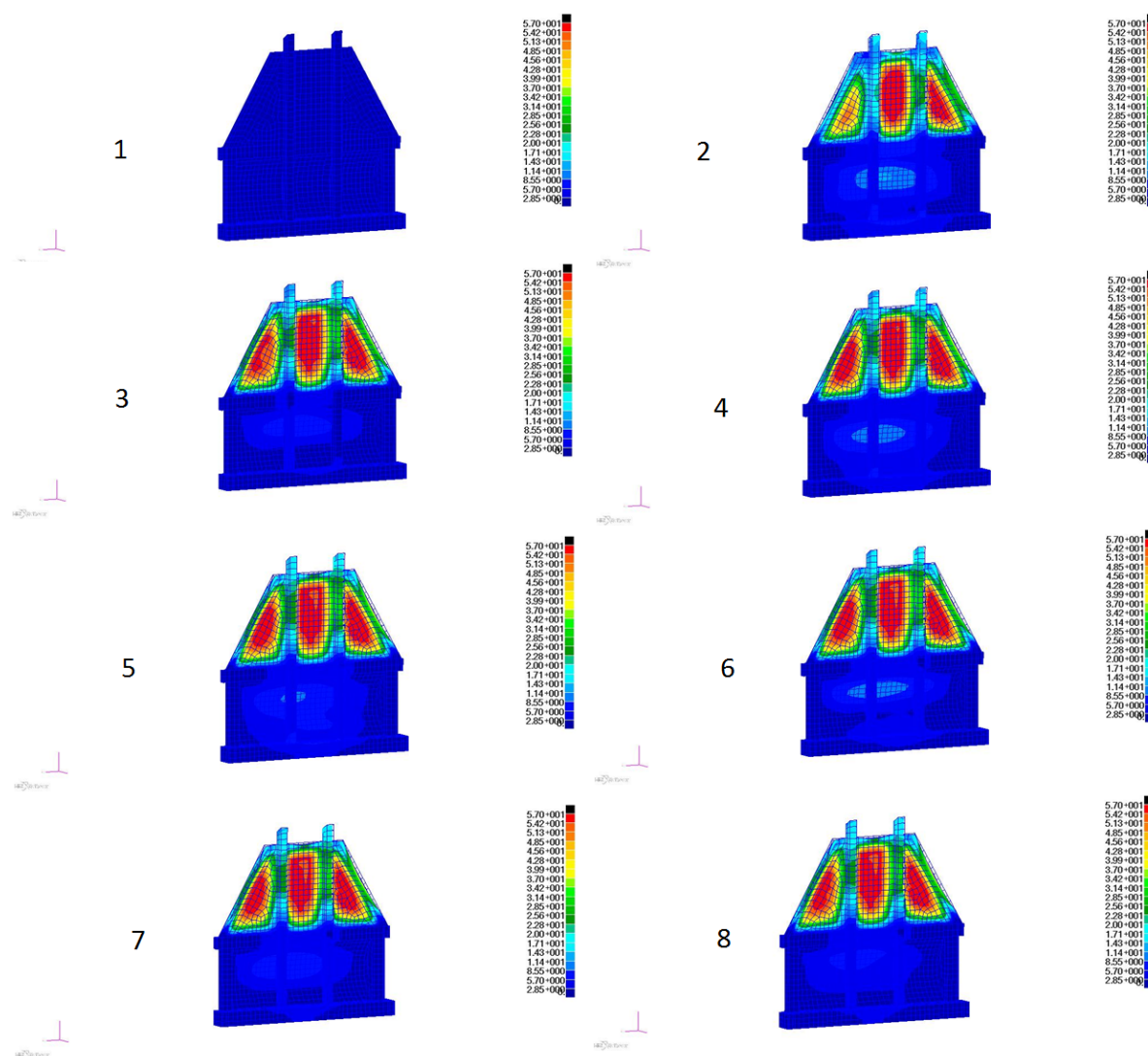


Obrázek 45: Nedeformovatelná plocha reprezentující styčnou plochu rámu, o který se poklop opírá, vlevo s hrázovým objektem, vpravo její síť.

8.4 Výsledky

8.4.1 Posuvy

Nejprve si zobrazíme posuvy, obrázek 46. Vidíme, že největší posuv se realizuje na vrchní části poklopu. Animace průběhu posuvů na membráně je v příloze.

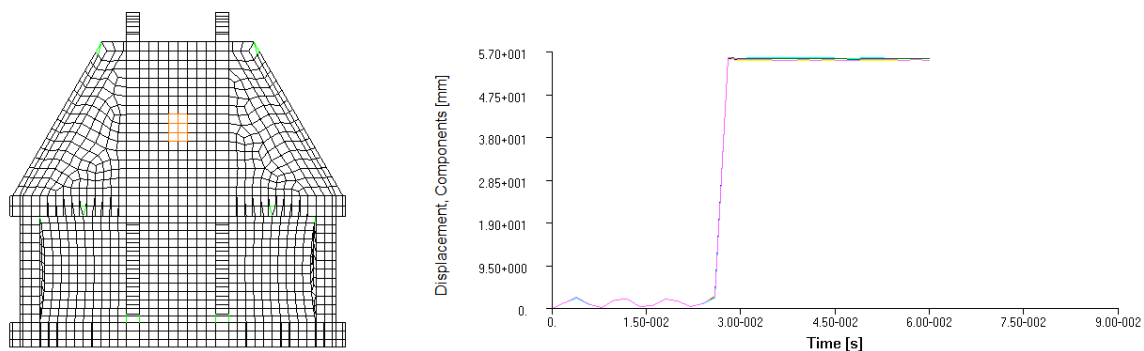


Obrázek 46: Vyobrazení posuvů.

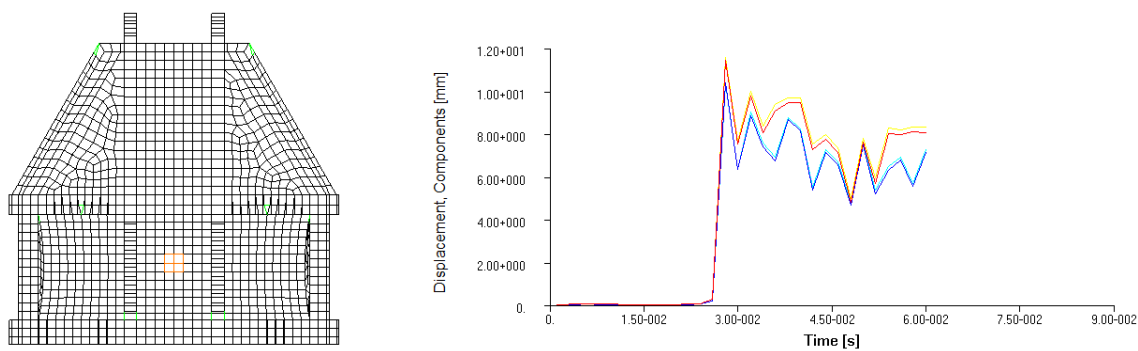
Ještě si vykreslíme průběhy posuvů v oblasti nejvyšších hodnot v modelu a v oblasti největších posuvů membrány. Obrázky 47 a 48.

Na grafu na obrázku 47 vidíme prudký nárůst posuvů a jeho zastavení se při kontaktu s tuhým rámem. Na grafu obrázku 48 zase vidíme typické chování materiálu při nárazu tlakové vlny: rychlý nárůst posuvu a následné kmitání.

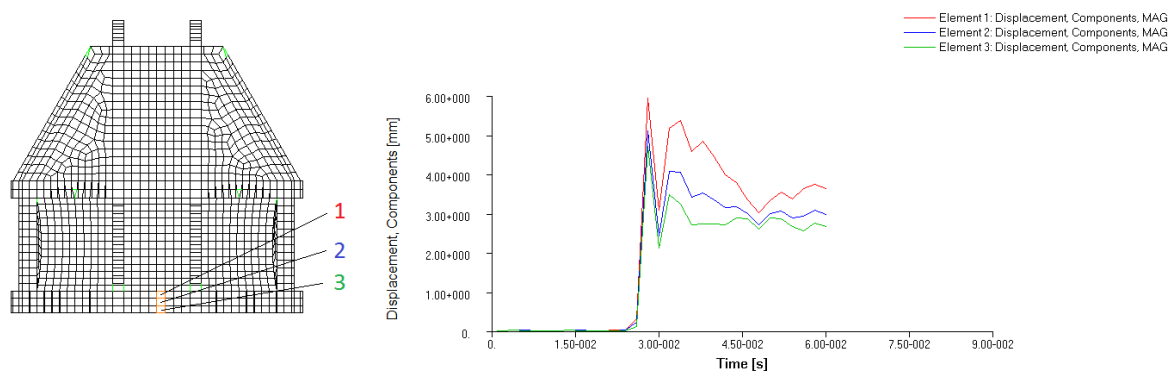
Poslední hodnoty posuvů, co si necháme zobrazit, je celkový průhyb spodního příčnicku, obrázek 49.



Obrázek 47: Vlevo zvýraznění elementů, jejichž centrální hodnoty posuvů jsou uvedeny v grafu vpravo.



Obrázek 48: Vlevo zvýraznění elementů, jejichž centrální hodnoty jsou uvedeny v grafu vpravo, posuvy membrány.

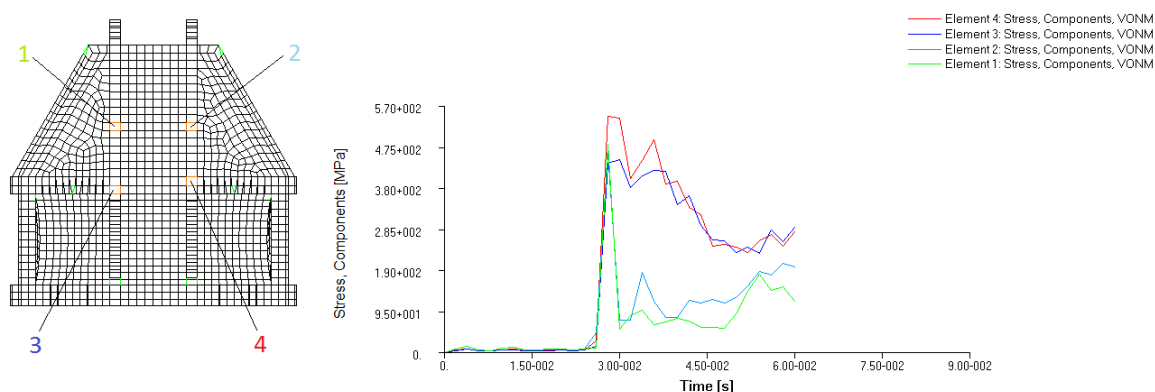


Obrázek 49: Vlevo zvýraznění elementů, jejichž centrální hodnoty jsou uvedeny v grafu vpravo, celkový posuv spodního příčnicku.

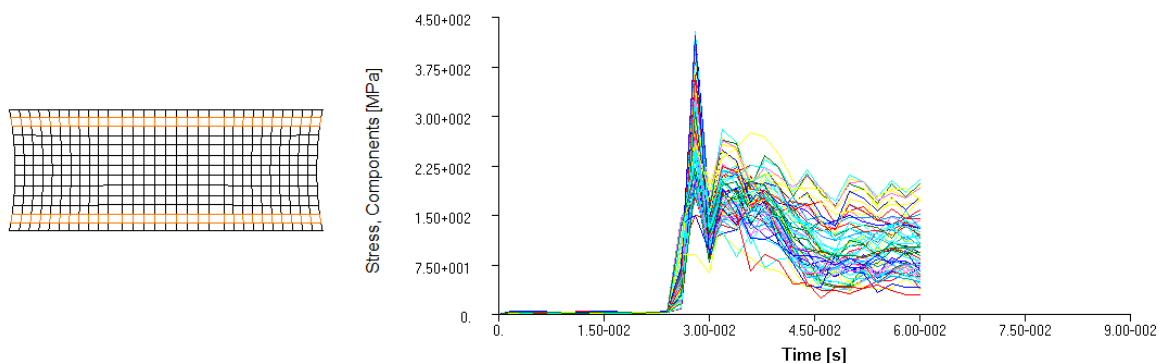
8.4.2 Napětí

Průběhy napětí jsou na obrázku 53. Animace průběhu napětí na membráně je v příloze. Nejvyšší hodnoty opět na horní části. Opět můžeme sledovat kmitání po nárazu vlny.

Grafy průběhů napětí v kritických oblastech celého modelu a membrány jsou na obrázcích 50 a 51.



Obrázek 50: Vlevo zvýraznění elementů, jejichž centrální hodnoty napětí jsou uvedeny v grafu vpravo.



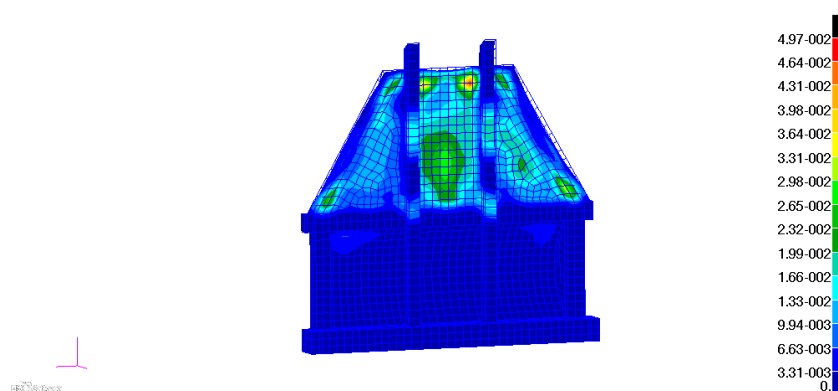
Obrázek 51: Vlevo zvýraznění elementů, jejichž centrální hodnoty jsou uvedeny v grafu vpravo, napětí na membráně.

Maximální napětí celého modelu se vyskytuje na podélných výztuhách a rovná se necelým 570 MPa. Maximální napětí na membráně je asi 430 MPa. Tyto hodnoty se zprvu zdají být příliš vysoké, mějme však na paměti, že dochází k zatížení rázovému, přičemž roste mez kluzu a navíc dopředu víme, že by k tomu mělo dojít k dosažení

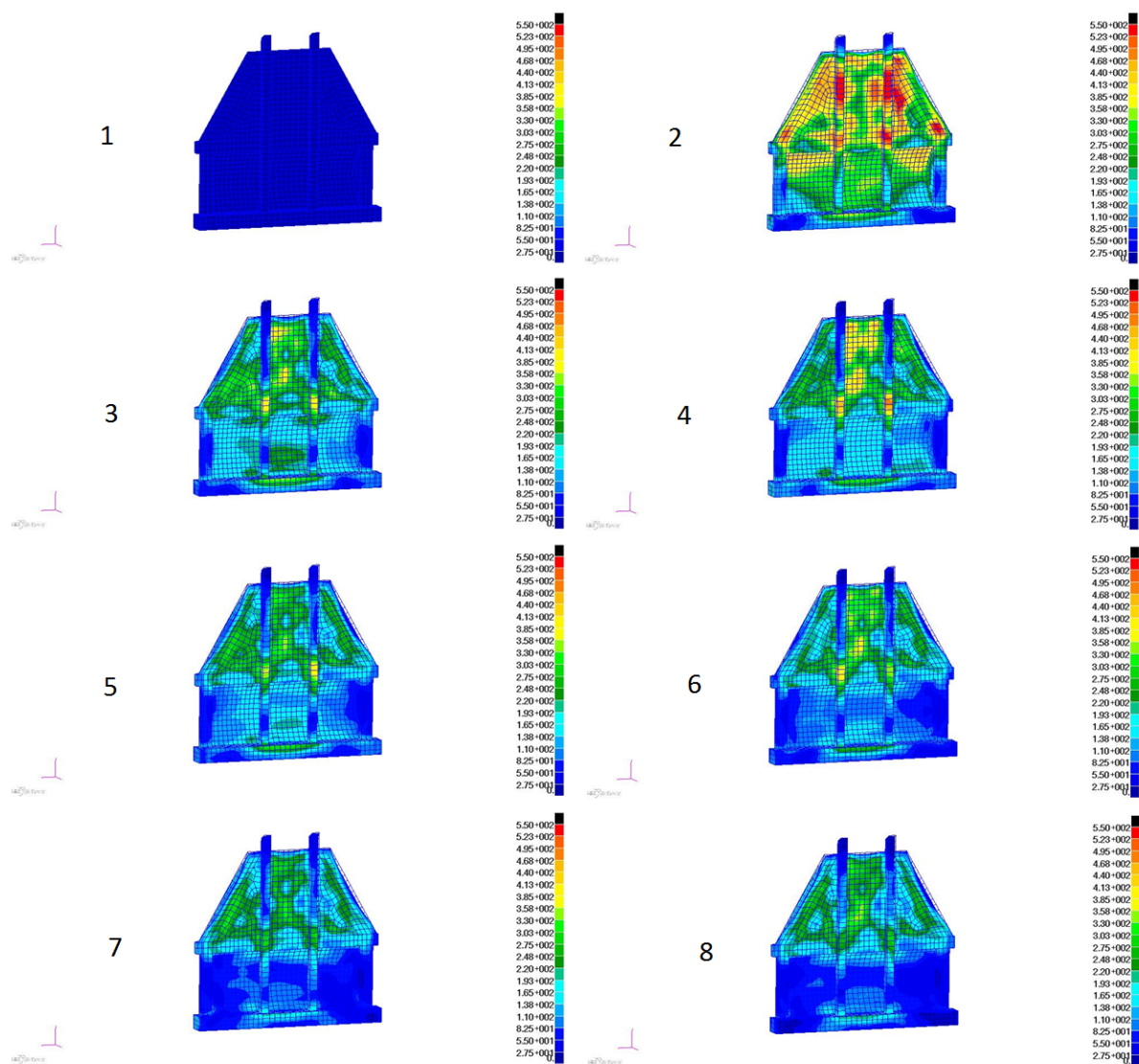
plastické oblasti. Tyto výsledky tedy můžeme považovat za pravděpodobné, a to i přes hrubou diskretizaci.

8.4.3 Plastická deformace

Jelikož jsme při tvoření materiálového modelu v plastické oblasti vycházeli z předpokladu, že nedojde k plastickým deformacím vyšším než 10%, je třeba ověřit, zda to tak skutečně je. Maximální plastická deformace je necelých 5%, obrázek 52.



Obrázek 52: Maximální plastická deformace.



Obrázek 53: Průběhy napětí.

9 Závěr

Cílem této práce bylo nasimulovat experiment provedený VVUÚ. Jednalo se o zkoušku výbuchuvzdornosti hrázového objektu před nasazením v dolech. K simulaci byl použit modelář MSC.Patran a řešič MSC.Nastran.

Úloha se skládala z namodelování proudění vzduchu tak, aby tlak v místě zkoumaného objektu byl roven průběhu tlaku z experimentu a z aplikace na tento objekt.

Jelikož se jednalo o nestacionární úlohu s rychlým dějem, bylo použito explicitního algoritmu řešení, což bylo provedeno přes sol700 softwaru MSC.Nastran. Dále bylo předpokládáno přesáhnutí meze kluzu, a tak musely být použity elastoplastické materiálové modely, jejichž chování v plastické oblasti bylo popsáno pomocí výsledků z tahové zkoušky, přičemž byla předpokládána plastická deformace do 10%.

K modelování interakce mezi tekutinou a pevným tělesem nebo prouděním v uzavřené oblasti se použil tzv. Coupling. Základem bylo vytvoření ploch, které tvořily kladný uzavřený objem (normály všech elementů musely směřovat ven) a jejich části reprezentovaly buďto hranice uzavřené oblasti nebo zkoumané oblasti. Dále bylo nutno nadefinovat Eulerovu síť, což představovalo diskretizaci oblasti proudění tekutého média. Eulerově síti se materiál a jeho počáteční podmínky definovaly přes tzv. regiony - neboli geometrické oblasti, které se protínaly s jejími elementy a v tomto průniku tyto podmínky platily.

Nejprve bylo snahou dosáhnout tlaku z experimentu. V tomto případě bylo modelováno proudění v uzavřené oblasti s nedeformovatelnými stěnami. Jelikož software nedovolil přímou simulaci reakce výbušných látek (metanu a uhelného prachu), bylo použito prosté proudění vzduchu s energií výbuchu nebo detonační rychlostí s následnou korekcí na žádanou hodnotu tlaku, což byla špička 1 MPa. Korekce se prováděly dle rovnic mechaniky tekutin - dle závislosti tlaku na energii nebo rychlosti. Průběh tlaku namodelovaný pomocí rychlosti lépe odpovídal průběhu z experimentu nežli pomocí energie, proto bylo modelování s rychlostí použito v další úloze.

Dalším úkolem byla aplikace na hrázový objekt. Nyní měla uzavřená plocha couplingu část deformovatelnou, která měla z praktických důvodů relativně hrubou síť. Počátečními podmínkami byly ty, které v předchozím příkladu vykazovaly nejlepší shodu s experimentem.

Byly zobrazeny výsledky posuvů a napětí. V obou případech byl jasně vidět typický účinek rázové vlny na objekt: prudké zvýšení posuvu/napětí a jeho následné kmitání. Nejvyšší hodnoty napětí byly zjištěny kolem 570 MPa s maximální plasticitou deformací 5%.

I přes použití hrubé sítě jsou výsledky velmi příznivé, hrázový objekt reagoval na rázovou vlnu vzduchu dle reality (kmitání), jeho napětí s ohledem na zvýšenou mez kluzu kvůli rychlé deformaci zároveň s maximální plasticitou deformací 5% je považováno za správné.

Co se týče informací z experimentu ohledně výsledků ze zatížení hráze, jediným změřeným parametrem je průhyb příčnicku. Jelikož ale byly provedeny 3 zkoušky (s různými spouštěcími mechanismy) na tlak 1 MPa a průhyb změřen až poté, je jasné, že námi vypočtený musel být nižší. Maximální průhyb v experimentu byl změřen 40 mm; maximální průhyb v numerickém výpočtu 6,5 mm. Vzhledem k historii zatížení (3x versus 1x) a velmi hrubé síti (zvýšená nepřesnost) náš vypočtený výsledek považujeme za uspokojující.

10 Reference

- [1] Vyhláška Českého báňského úřadu, kterou se stanoví požadavky na provedení a stavbu objektů a zařízení pro rozvod a izolaci větrů a uzavírání důlních děl. *Sbírka zákonů č. 4/1994.*
- [2] HENRYCH, Josef. *Dynamika výbuchu a její užití*. 1. vydání Praha: Academia, nakladatelství Československé akademie věd, 1973. ISBN 21-044-73.
- [3] MAKOVÍČKA, Daniel; JANOVSÝ, Břetislav; DAMEC, Jaroslav; ČERNÍN, Mi-

- lan; ŠELEŠOVSKÝ, Petr. *Sborník přednášek: Vlastnosti výbušnin a analýza charakteru výbuchového zatížení a jeho modifikací..* Frýdek-Místek: Sdružení požárního a bezpečnostního inženýrství se sídlem VŠB-TU Ostrava, 2006. ISBN 978-80-01-03640-2.
- [4] KALOUSEK, Jaroslav. *Základy fyzikální chemie hoření, výbuchu a hašení.* 2. vydání Ostrava: Sdružení požárního a bezpečnostního inženýrství, 1999. SPBI SPEKTRUM, 4. ISBN 80-86111-34-2.
- [5] PANTOFLÍČEK, Jaroslav; NOVOTNÝ, Milan; ŠTEFEK, Milan. VĚDECKOVÝ-ZKUMNÝ UHELNÝ ÚSTAV, Ostrava-Radvanice. *Teorie zážehu metanovzdušných směsí výbuchem trhaviny: zpráva č. 57.* Ostrava: VVUÚ, 1967.
- [6] FUSEK, Martin; HALAMA, Radim. *MKP a MHP* [online]. Ostrava, 2011 [cit. 2013-05-11]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda_konecných_prvku_a_hranicních_prvku.pdf. VŠB-TUO.
- [7] Equation of state. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-04-24]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/Equation_of_state
- [8] Internal energy. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-04-24]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/Internal_energy
- [9] MSC Nastran library
- [10] *Physical Properties Online Calculator.* Dostupné z: <https://www.engineering-4e.com/calcl.htm>

A Animace na DVD

1. průběh tlaku v podélném řezu štolý při aplikaci prvních okrajových podmínek (tlak_1a.mp4)
2. průběh tlaku v oblasti membrány při aplikaci prvních okrajových podmínek (tlak_1b.mp4)
3. průběh tlaku v podélném řezu štolý při aplikaci výsledných okrajových podmínek (tlak_7a.mp4)
4. průběh tlaku v oblasti membrány při aplikaci výsledných okrajových podmínek (tlak_7b.mp4)
5. průběh posuvů na membráně (membrana_posuvy.mp4)
6. průběh napětí na membráně (membrana_napeti.mp4)